

VŠB – Technická Univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

**Určení modulu pružnosti pryže na základě
experimentálních dat**

Young's Modulus Identification Based on
Experimental Data

Student:

Daniel Antoš

Vedoucí bakalářské práce:

Mgr. Ing. Alena Bilošová, Ph.D.

Ostrava 2013

Zadání bakalářské práce

Student: **Daniel Antoš**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Určení modulu pružnosti pryže na základě experimentálních dat**
Young's Modulus Identification Based on Experimental Data

Zásady pro vypracování:

1. Zpracování teoretické části práce. Popis metodiky určení modulu pružnosti podle normy ASTM E756-05:2010. Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials, příp. ČSN EN ISO 6721-3 Plasty - Stanovení dynamických mechanických vlastností - Část 3: Ohybové kmity - Metoda rezonanční křivky.
2. Popis použitých vzorků, na něž byla metodika aplikována, popis způsobu měření vlastních frekvencí.
3. Experimentální zjištění vlastních frekvencí vzorků (základních a s tlumicí vrstvou), zpracování naměřených dat.
4. Výpočet modulu pružnosti z experimentálních dat podle metodiky vybrané normy.
5. Modelování vzorků pomocí MKP, naladění modelu základních vzorků na základě experimentálně zjištěných dat.
6. Modelování vzorků s nanesenou tlumicí vrstvou pomocí MKP, naladění modelu tlumených vzorků na základě experimentálně zjištěných dat pomocí změny modulu pružnosti tlumicí vrstvy.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] E756-05:2010. *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. Pennsylvania: ASTM International, 2010.
- [2] ČSN EN ISO 6721-3 *Plasty - Stanovení dynamických mechanických vlastností - Část 3: Ohybové kmity - Metoda rezonanční křivky*. Praha: ÚNMZ, 1997.
- [3] BILOŠOVÁ, A. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Modální zkoušky* [online]. Ostrava: VŠB-TUO, 2012. Dostupný z [www](http://www.337.vsb.cz/materialy/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf)
<http://www.337.vsb.cz/materialy/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf>.
- [4] PETRUŽELKA, J. *Ročníkový projekt. Jak psát bakalářskou práci* [online]. Ostrava: VŠB-TUO, FS. Dostupný z [www](http://www.345.vsb.cz/KE%20vyuka/Jak%20ps%C3%A1t%20cerven%202009.pdf):
<<http://www.345.vsb.cz/KE%20vyuka/Jak%20ps%C3%A1t%20cerven%202009.pdf>>.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Ing. Alena Bilošová, Ph.D.**

Datum zadání: 14.12.2012

Datum odevzdání: 20.5.2013



doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucí bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....
podpis autora práce

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucí bakalářské práce Mgr. Ing. Aleně Bilošové, Ph.D. za její vstřícnost, trpělivost a čas věnovaný konzultačním hodinám, také za poskytnutí cenných rad a za ochotu podělit se o své znalosti a zkušenosti, které byly velkým přínosem při vypracování této práce.

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́доміі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečné ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst.3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše)
- беру на ве́доміі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

.....
podpis autora práce

Jméno a příjmení autora práce: Daniel Antoš

Adresa trvalého pobytu autora práce: Machová 200, 763 01 pošta Mysločovice

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Antoš, D. *Určení modulu pružnosti pryže na základě experimentálních dat: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2012, 61 s., Vedoucí práce: Bilošová, A.

Tato bakalářská práce se zabývá výpočtem dynamických mechanických vlastností tlumicího materiálu s využitím americké normy ASTM E756-05:2010 Standart Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials. Nejdříve je zde uvedena teorie potřebná k pochopení počítaných veličin a metodika zkoušky měření vibračních a tlumících vlastností materiálu dle dané normy. Následně jsou provedeny analytické výpočty dle metodiky popisované v dané normě a numerická simulace metodou konečných prvků. V závěru této práce je uvedeno porovnání obou použitých metod výpočtu a vyhodnocení výsledků.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Antoš, D. *Young's Modulus Identification Based on Experimental Data: bachelor thesis*. Ostrava: VŠB – Technical university of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, 2012, 61 p., Thesis head: Bilošová, A.

This bachelor thesis deals with calculation of dynamic mechanical properties of damping material using American standart ASTM E756-05:2010 Standart Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials. Firstly, there is the theory needed to understand the calculated values and methodology of testing and measuring the vibration-damping properties of the material according to the standard. Subsequently, analytical calculations are performed according to the methodology described in the standard and numerical simulations using finite element method. In conclusion of this thesis is a comparison of both methods of calculation and evaluation of results.

Obsah

1	Úvod	11
2	Základní principy vyšetřování dynamických mechanických vlastností, terminologie	12
3	Standartní zkouška měření vibračních a tlumících vlastností materiálů	17
3.1	Základní pojmy	17
3.2	Princip metody	17
3.3	Význam a užití	19
3.4	Zařízení	21
3.5	Postup	22
3.6	Výpočet	22
4	Praktická část	26
4.1	Základní vzorky	26
4.2	Zkušební vzorky s nanesenou tlumící vrstvou	28
4.3	Způsob měření vlastních frekvencí	29
4.4	Naměřená data	32
5	Výpočet dynamických mechanických vlastností	36
5.1	Základní vzorek	36
5.2	Sendvičový vzorek	37
5.3	Vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou	40
6	Modelování prostřednictvím MKP	41
6.1	Simulace základního vzorku	41
6.2	Simulace „sendvičového“ vzorku	43
6.3	Simulace vzorku s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou	45
7	Přehled výsledků	48
8	Závěr	49
9	Literatura	52

Seznam použitých označení

Označení	Jednotka	Popis
A	-	Výpočtová veličina
B	-	Výpočtová veličina
C_n	-	Koeficient pro n-tý mód nosníku
D	-	Poměr hustot
e	-	Eulerovo číslo
E	Pa	Youngův modul pružnosti
E_1	Pa	Modul pružnosti vzorku s jednostranným tlumením
E^*	Pa	Komplexní modul pružnosti v tahu
E'	Pa	Reálná složka modulu pružnosti v tahu
E''	Pa	Imaginární složka modulu pružnosti v tahu
f	Hz	Frekvence
f_{1n}, f_{2n}	Hz	Frekvence bodů s polovičním výkonem
f_c	Hz	Rezonanční frekvence vzorku s jednostranným tlumením
f_d	Hz	Frekvence tlumeného kmitání
f_m	Hz	Rezonanční frekvence vzorku s oboustranným tlumením
f_n	Hz	Rezonanční frekvence n-tého módu základního vzorku
f_s	Hz	Rezonanční frekvence „sendvičového“ vzorku
G	Pa	Modul pružnosti ve smyku
H	m	Tloušťka volného konce základního vzorku
H_1	m	Tloušťka tlumícího materiálu
i	-	Imaginární jednotka komplexního čísla
K^*	Pa^{-1}	Modul objemové pružnosti
L	dB	Hladina intenzity zvuku
l	m	Délka volného konce vzorku
m	kg	Hmotnost
M	-	Poměr Youngových modulů pružnosti
$ M $	Pa	Celkový komplexní modul pružnosti
n	-	Ukazatel jednotlivých rezonančních módů
t	s	Čas
T	-	Poměr tloušťky
X	m	Časově závislá deformace tlumeného kmitání

Označení	Jednotka	Popis
$X(t)$	m	Výchylka tlumeného kmitání v čase t
X_0	m	Nejvyšší hodnota obálky cyklu amplitud v nulovém čase
X_q	m	Amplituda q-tého cyklu tlumeného kmitání
δ	s^{-1}	Konstanta doznívání
δ_m	s^{-1}	Naměřená hodnota konstanty doznívání
δ_w	s^{-1}	Vliv exponenciálního okna
$\varepsilon(t)$	-	Harmonicky proměnná deformace
ε_A	-	Amplituda harmonicky proměnná deformace
ε_x	-	Poměrné prodloužení v ose x
ε_y	-	Poměrné prodloužení v ose y
ζ	%	Poměrný útlum
η	-	Modální ztrátový faktor
η_c	-	Ztrátový faktor vzorku s jednostrannou tlumící vrstvou
η_m	-	Ztrátový faktor vzorku s oboustrannou tlumící vrstvou
η_s	-	Ztrátový faktor „sendvičového“ vzorku
μ	-	Poissonovo číslo
μ^*	-	Poissonovo číslo v komplexním tvaru
π	-	Ludolfovo číslo
ρ	$kg \cdot m^{-3}$	Hustota základního vzorku
ρ_l	$kg \cdot m^{-3}$	Hustota tlumícího materiálu
σ_ζ	%	Směrodatná odchylka poměrného útlumu
σ_f	Hz	Směrodatná odchylka rezonanční frekvence
$\sigma(t)$	Pa	Harmonicky proměnné napětí
σ_A	Pa	Amplituda harmonicky proměnného napětí
τ_w	s	Časová konstanta exponenciálního váhového okna
φ	rad	Fázový úhel

1 Úvod

Tato bakalářská práce vznikla na základě spolupráce s firmou BONATRANS GROUP a.s., která se zabývá výrobou železničních dvojkolí, kol, náprav a obručí pro všechny typy kolejových vozidel. Její požadavek byl zjistit modul pružnosti tlumícího materiálu a jeho chování. Tyto výsledky budou posléze využity při návrhu a simulaci tlumících systémů železničních kol.

Dynamické mechanické vlastnosti lze zjišťovat mnoha způsoby, které jsou popsány jak v českých, tak v zahraničních technických normách.

Sada norem ČSN EN ISO 6721-1 až 12 se zabývá stanovením dynamických mechanických vlastností plastů. V části 1 jsou popsány obecné principy, v dalších částech jednotlivé metody, z nichž ty, které jsou založeny na mechanických vibracích, lze rozdělit na metody rezonanční a nerezonanční. Tyto se dále dělí podle typu namáhání zkušebního vzorku.

Určování dynamických mechanických vlastností viskoelastických materiálů popisuje sada norem ČSN ISO 18437.

V této bakalářské práci bude použita metodika dle americké normy ASTM E756-05:2010 Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials. Tato norma byla použita na přání zadavatele této práce, firmy Bonatrans a.s. Obsah této normy je podrobněji popsán v kapitole 3.

Vzhledem k tomu, že moduly pružnosti a ztrátové faktory jsou veličiny závislé na teplotě, zohledňují to i všechny výše uvedené normy. Důsledné uplatnění postupů podle norem by vyžadovalo měření v předepsaném rozsahu teplot v klimatizační komoře. Tato práce se zabývá měřením modulu pružnosti pouze při pokojové teplotě.

2 Základní principy vyšetřování dynamických mechanických vlastností, terminologie

Různé deformační módy nemusí být přímo srovnatelné, například vibrační namáhání v tahu je konstantní v celé tloušťce vzorku, zatímco vibrace v ohybu jsou závislé na vlastnostech materiálu v oblasti povrchu vzorku.

Hodnoty odvozené z ohybové zkoušky budou porovnatelné s hodnotami z tahové zkoušky pouze při takovém zatížení, kdy je vztah mezi napětím a deformací lineární a zároveň vzorky mají homogenní strukturu.

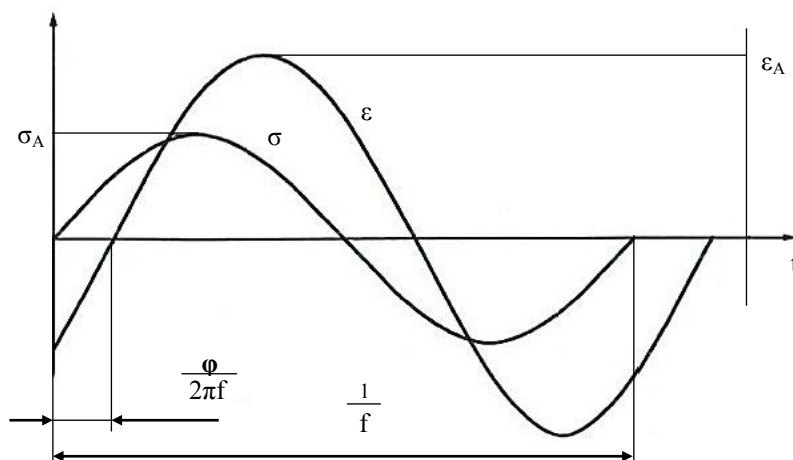
Pojmy a definice použité v této kapitole jsou převzaty z normy ČSN EN ISO 6721-1:2011 Plasty – Stanovení dynamických mechanických vlastností – Část 1: Obecné principy.

Komplexní modul pružnosti M^*

Komplexní modul M^* je poměr dynamického napětí a dynamické deformace viskoelastického materiálu při harmonickém namáhání. Protože je většina elastických materiálů nedokonale pružná, tak dochází k opoždění deformace za namáháním a fázový rozdíl mezi těmito veličinami zůstává konstantní po celou dobu zatěžovacího cyklu. Fázový rozdíl se může měnit pouze v závislosti na velikosti zatížení a na frekvenci. Tyto veličiny jsou vyjádřeny následujícími rovnicemi:

$$\sigma(t) = \sigma_A \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \quad (2.1.1)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_A \cdot \exp[i \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi)] \quad (2.1.2)$$



Obr. 2.1.1 Průběh napětí σ a deformace ε u viskoelastických materiálů při harmonickém namáhání

Kde σ_A a ε_A jsou amplitudy cyklického napětí a deformace, f je frekvence, φ je fázový úhel mezi napětím a deformací a t je čas.

Podle druhu deformace může být komplexní modul dále rozdělen na komplexní modul pružnosti v tahu E^* , komplexní modul pružnosti ve smyku G^* , modul objemové pružnosti K^* nebo komplexní modul neosové deformace L^* . Pro izotropické, viskoelastické materiály jsou nezávislé pouze dva z elastických parametrů E^*, G^*, K^*, L^* nebo μ^* .

Poissonovo číslo μ^*

Je to hodnota popisující závislost mezi podélným poměrným prodloužením a příčným poměrným zkrácením. Například při zatížení válcového vzorku tahovou silou v ose x může být deformace ve vzorku popsána poměrným prodloužením ε_x ve směru osy a poměrným prodloužením ε_y kolmém na osu x ; vztah je uveden v rovnici 2.1.3. Hodnota Poissonova čísla pro ocel se pohybuje v rozmezí od 0,28 do 0,3 v závislosti na velikosti Youngova modulu pružnosti oceli.

$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \varepsilon_x \quad (2.1.3)$$

Reálná složka modulu pružnosti M'

Je reálnou složkou komplexního modulu, je úměrná maximu naakumulované energie během zatěžovacího cyklu, reprezentuje tuhost viskoelastického materiálu a je vyjádřena v Pascalech. Podle typu deformace můžeme definovat reálnou složku modulu pružnosti v tahu E' , reálnou složku modulu pružnosti ve smyku G'_s , reálnou složku modulu pružnosti při torzním namáhání G'_{to} , reálnou složku modulu objemové pružnosti K' , reálnou složku modulu neosové deformace L'_c a reálnou složku modulu podélné vlny L'_w .

Imaginární složka modulu pružnosti M''

Je to imaginární složka komplexního modulu M^* , říká se jí ztrátový modul pružnosti a je vyjádřena v Pascalech. Ztrátový modul M'' je přímo úměrný disipované, ztrátové energii během zatěžovacího cyklu. Obdobně jako u reálné složky modulu pružnosti M' , rozdělujeme jednotlivé M'' podle typu deformace.

Celkový komplexní modul $|M|$

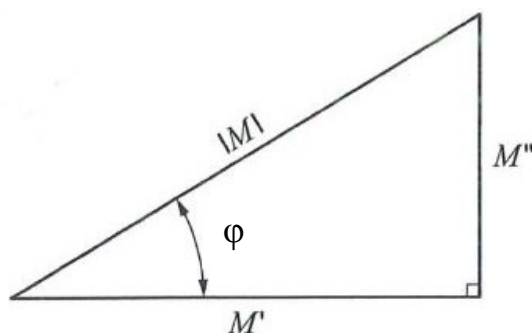
Celkový komplexní modul vznikne vektorovým součtem reálné a imaginární složky modulu pružnosti dle vztahu:

$$M^* = M' + i \cdot M'' \quad (2.1.4)$$

A jeho velikost je dána vztahem:

$$|M| = \sqrt{(M')^2 + (M'')^2} = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A} \quad (2.1.5)$$

Celkový komplexní modul je vyjádřen v pascálech a stejně jak u reálné a imaginární složky modulu pružnosti, existuje více typů podle druhu deformace.



Obr. 2.1.2 - Vztah mezi reálnou složkou modulu pružnosti M' a ztrátovým modulem pružnosti M'' , fázovým úhlem φ a celkovou hodnotou $|M|$ komplexního modulu M^*

Fázový úhel φ

Udává se v radiánech a vyjadřuje rozdíl mezi dynamickým napětím a dynamickou deformací viskoelastického materiálu při harmonickém namáhání.

Ztrátový faktor

Je poměr mezi imaginární složkou a reálnou složkou modulu pružnosti, je bezrozměrný a běžně se používá k měření tlumení viskoelastického systému. Je vyjádřen rovnicí:

$$\eta = \tan \varphi = \frac{M''}{M'} \quad (2.1.6)$$

Kde φ je fázový úhel mezi napětím a deformací.

Přepočet mezi modulem pružnosti ve smyku a v tahu

Platí pro isotropní materiály.

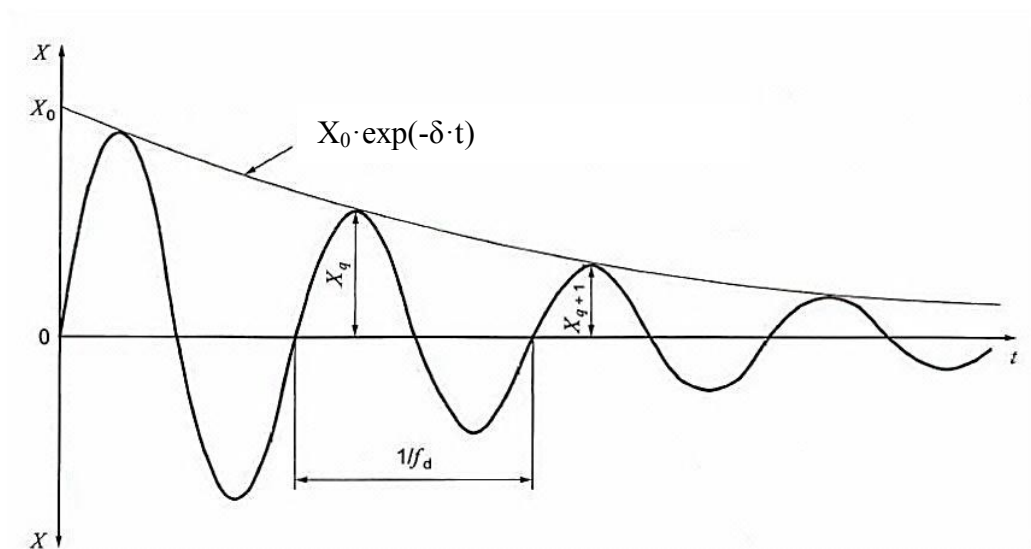
$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (2.1.7)$$

Tlumené vibrace

Jsou časově závislé deformace viskoelastického systému, kdy dochází k pozvolnému utlumení vibrací a jsou dané rovnicí:

$$X(t) = X_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_d \cdot t) \quad (2.1.8)$$

Kde X_0 je nejvyšší hodnota obálky cyklu amplitud v nulovém čase, f_d je frekvence tlumeného systému a δ je konstanta doznívání.



Obr. 2.1.3 – Časový průběh výchylky tlumených vibrací viskoelastického systému

X je časově závislá deformace, X_q je amplituda q -tého cyklu a X_0 a δ definuje obálku exponenciálního doznívání amplitudy.

Konstanta doznívání δ

Koeficient, který udává časově závislé doznívání tlumených vibrací a je vyjádřen v s^{-1} .

Rezonanční křivka

Je graf závislosti amplitudy kmitání na frekvenci v blízkosti rezonanční frekvence.

Rezonanční frekvence f_n

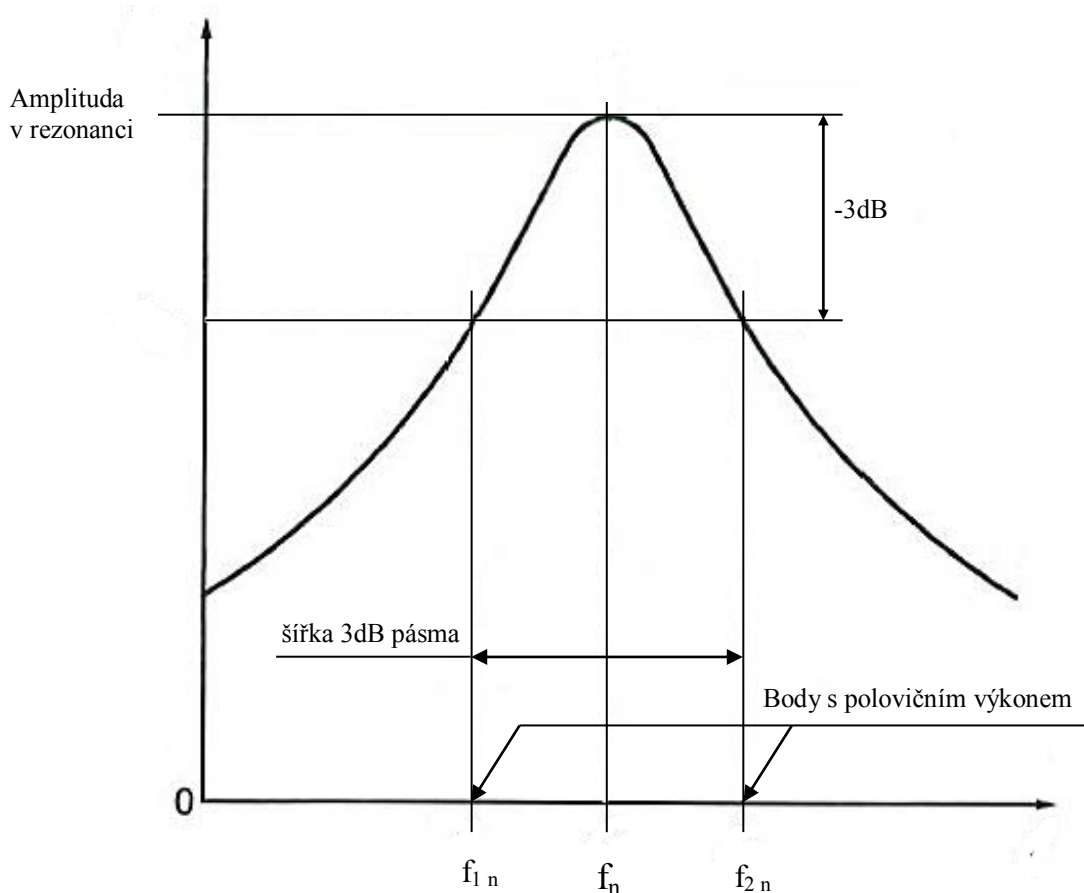
Frekvence vrcholu amplitudy v rezonanční křivce vyjádřená v Hz. Písmeno n představuje mód vibrací.

Body s polovičním výkonem

Jsou body, ve kterých amplituda poklesne na $1/\sqrt{2}$ špičkové hodnoty, ve výkonovém spektru je to jedna polovina a v decibelové stupnici jde o pokles o 3dB.

Šířka 3dB pásma systému

Je šířka frekvenčního pásma mezi dvěma body s polovičním výkonem pro n -tý rezonanční mód. Pro její určení je třeba znát rezonanční křivku každého módu. Z té je určena rezonanční frekvence a frekvence nad a pod rezonanční frekvencí, kde je výška rezonanční křivky o 3dB nižší než je její výška v rezonanci. Rozdíl mezi těmito body s polovičním výkonem se nazývá šířka 3dB pásma, jak je vidět z obr. 2.1.4. Modální ztrátový faktor η je poměr šířky 3dB pásma k rezonanční frekvenci a poměrný útlum ζ je poměr poloviny šířky 3dB pásma k rezonanční frekvenci.



Obr. 2.1.4 - Rezonanční křivka

3 Standartní zkouška měření vibračních a tlumících vlastností materiálů

Následující kapitola popisuje metodiku zkoušky měření vibračních a tlumících vlastností materiálu dle normy ASTM E756-05:2010 - Standard Test Method for Measuring Vibration - Damping Properties of Materials.

Tato metoda je založena na měření vibračních a tlumících vlastností materiálů, a to ztrátového faktoru η , Youngova modulu pružnosti v tahu E nebo modulu pružnosti ve smyku G . Používá se při testování materiálů, které nacházejí uplatnění ve vibracích struktur, akustice budov a kontrole slyšitelného hluku. Mezi zkoušené materiály lze zařadit kovy, smalty, keramiku, pryž, plasty, vyztužené epoxidové matrice a dřevo, z kterých je možné vytvořit zkušební vzorky ve tvaru nosníku.

3.1 Základní pojmy

Tlumič s volnou vrstvou

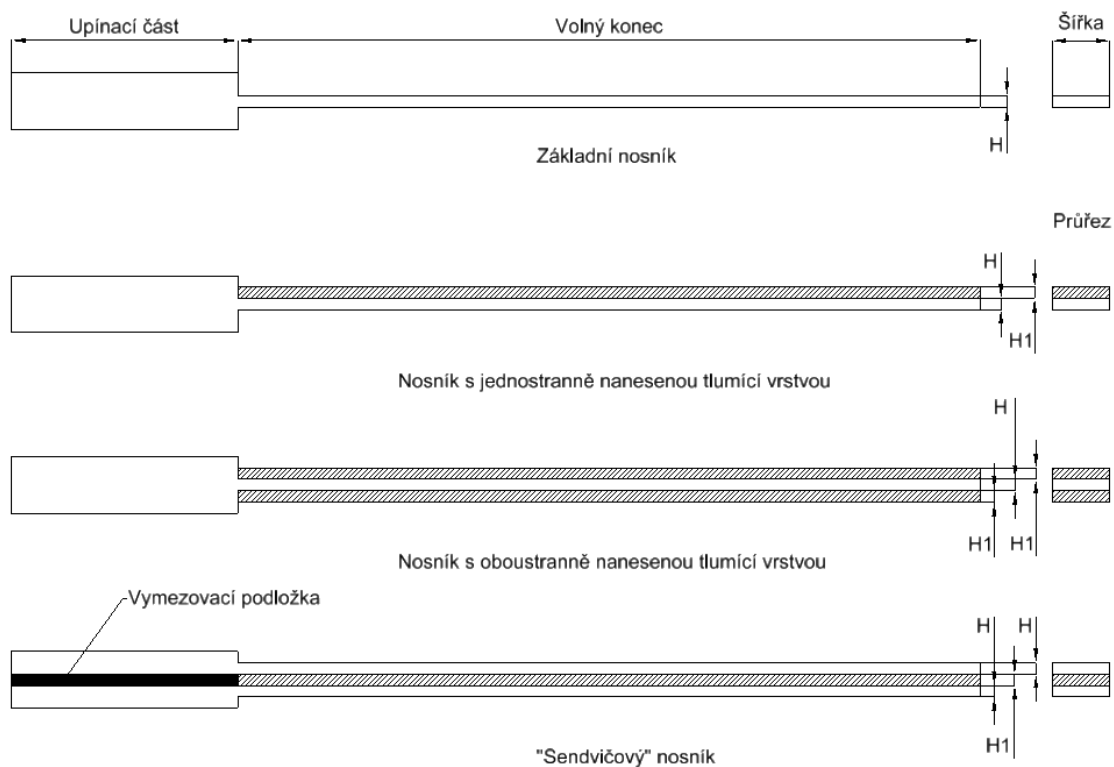
Jedná se o opatření proti strukturálním vibracím nanesením vrstvy tlumícího materiálu na povrch struktury, takže je energie rozptýlena při cyklické deformaci tlumícího materiálu, primárně při cyklu tah-tlak.

Tlumič s vloženou vrstvou

Jedná se o opatření proti strukturálním vibracím nanesením vrstvy tlumícího materiálu mezi povrch struktury a další pružnou vrstvu, jejíž relativní tuhost je vyšší než tuhost tlumícího materiálu. Energie je rozptýlena při cyklické deformaci tlumícího materiálu, primárně při smykovém namáhání.

3.2 Princip metody

Tato metoda používá jako zkušební vzorky vetknuté nosníky doporučených rozměrů. Konfigurace zkušebního nosníkového vzorku je vybrána dle typu tlumícího materiálu určeného k testování a tlumících parametrů, které se mají určit. Obr. 3.2.1 ukazuje čtyři různé zkušební vzorky použité k vyšetřování vlastností materiálu při tahu-tlaku a smyku pro široký rozsah hodnot modulu E a G .



Obr. 3.2.1 - Zkušební vzorky

Samonosné tlumící materiály

Měření je prováděno na jednoduchém samostatném zkušebním nosníku vyrobeném z tlumícího materiálu jako takového, viz obr. 3.2.1.

Nesamonosné tlumící materiály

K určení tlumících parametrů je nutno postupovat ve dvou krocích. Nejdříve musí být změřen samostatný kovový nosník, nazývaný též základní nebo holý nosník, kvůli zjištění jeho rezonančních frekvencí. V dalším kroku je na základní nosník aplikován tlumící materiál, který může být nanesen buď jen z jedné strany, takový vzorek je též nazýván vzorek typu oberst nebo může být tlumící materiál nanesen z obou stran základního nosníku, jak je patrné z obr. 3.2.1. Takto je vytvořen tlumený kompozitní nosník, na kterém jsou zjištěny jeho rezonanční frekvence a příslušné tlumící faktory. Tlumící vlastnosti materiálu jsou vypočítány prostřednictvím výsledků zkoušky jak základního, tak kompozitního nosníku dle vztahů uvedených v kapitole 3.6.

Pro získání tlumících vlastností při smykovém namáhání nesamonosných tlumících materiálů musí být použity dva identické základní nosníky, mezi kterými je umístěn tlumící materiál. Rozměry a rezonanční frekvence obou základních nosníků se musí shodovat. Takto je vytvořen tzv. „sendvičový“ vzorek, viz obr. 3.2.1. V koncové části

takového „sendvičového“ nosníku, v úrovni mezi dvěma základními nosníky, musí být připevněna kovová vymezovací podložka pomocí tuhého, strukturálního lepidla.

Všechny testovací vzorky musí mít upínací části. Délka takové části by měla být v rozmezí od 25 mm do 40 mm a měla by přesahovat horní a spodní povrch volného konce vzorku, jak je patrné z obr. 3.2.1. Přítomnost těchto upínacích částí je základem pro získání správných dat, neboť pomocí nich lze nejlépe simulovat dokonalé vetknutí. Tyto části mohou být buď vyráběny jako součást nosníku nebo mohou být přivařené nebo připevněné pomocí tuhých, strukturálních adhesivních lepidel. Pro připevnění tlumicí vrstvy se používají nástřiky nebo stěrky.

Při výběru strukturálního adhesiva je třeba dbát na to, aby byl modul adhesiva mnohem větší (asi 10x) než je modul tlumicího materiálu. Zároveň tloušťka adhesivní vrstvy musí být minimální (menší než 0,05 mm). Při nedodržení těchto podmínek mohou nastat deformace v adhesivní vrstvě namísto ve vrstvě tlumicí. Některé tlumicí materiály jsou samy o sobě adhesivní.

Základní nosník je vyráběn z oceli nebo hliníku, jehož doporučené rozměry jsou: šířka 10 mm, délka od 180 mm do 250 mm a tloušťka od 1 mm do 3 mm. Jiné rozměry mohou být zvoleny na základě požadovaného frekvenčního rozsahu měření a charakteristik tlumicího materiálu. Šířka nosníku v rovnicích pro výpočet materiálových vlastností nehraje žádnou roli, avšak výběr tloušťky nosníku je důležitý, neboť se mohou objevit torzní vibrace.

Tloušťka tlumicí vrstvy může být různá, závislá na specifických vlastnostech materiálu, teplotě a požadovaném rozsahu frekvencí.

3.3 Význam a užití

Ztrátový faktor a modul pružnosti tlumících materiálů jsou užitečné parametry při návrhu opatření, jak omezit strukturní vibrace a zvuk, který se těmito strukturami šíří, hlavně při rezonanci. Vlastnosti tlumících materiálů jsou popisovanou metodikou určeny pomocí nepřímého měření použitím teorie tlumeného zkušební vzorku. Použitím této teorie jsou výsledné tlumicí materiálové vlastnosti nezávislé na geometrii testovaného vzorku. Tyto vlastnosti tlumicího materiálu mohou být použity v matematických modelech k návrhu tlumících systémů a předpovědi jejich účinnosti před jejich výrobou. A to jak pro analytické modely jednoduchých nosníků a desek, tak pro konečnoprvkové modely složitých struktur.

Pokud jsou testované materiály složeny z jedné homogenní vrstvy, tak tato metoda dává dobré výsledky. V některých případech se může návrh tlumícího systému skládat ze dvou nebo více vrstev, které mají značně odlišné parametry. Při těchto komplikovaných návrzích musí být jednotlivé vrstvy otestované odděleně, jestliže chceme, aby předpověď matematického modelu byla co nejpřesnější.

Předpoklady

Všechna měření se provádí v lineární oblasti materiálu, kde se materiál chová v souladu s lineární viskoelastickou teorií. Jestliže je překročena lineární oblast materiálu, data z analýzy jsou nepoužitelná. Horní limit lineárního rozsahu nastává, když se velikost ztrátového faktoru systému ze dvou po sobě jdoucích měření liší více, než je přesnost měřicí soustavy.

Amplituda signálu působící síly zůstává konstantní s frekvencí. Jestliže amplituda působící síly nemůže být konstantní, je nutno odezvu nosníku podělit amplitudou síly. Potom se pro vyhodnocení tlumení používá tzv. frekvenční odezvová funkce, což je poměr vibrační odezvy a budící síly v závislosti na frekvenci.

Analýza nezahrnuje účinek momentů setrvačnosti a smykovou deformaci a předpokládá, že oblast rovinného průřezu zůstane rovinná. Proto nesmíme použít vzorek s příliš velkou tloušťkou tlumícího materiálu (ne více než 4x větší), než je tloušťka kovového vzorku.

V rovnici prezentované pro výpočet vlastností tlumícího materiálu při smykovém namáhání nejsou zahrnuty členy vyjadřující tahové namáhání tlumící vrstvy. Předpokladem je výrazně menší modul pružnosti tlumící vrstvy (přibližně desetkrát), než je modul pružnosti kovového vzorku.

Ztrátový faktor kovového nosníku je pokládán za nulový (ocel a hliník má ztrátový faktor přibližně 0,001 a méně, což je výrazně méně než ztrátový faktor kompozitního nosníku).

Opatření

Technika nosníkové zkoušky je založena na měření rozdílů mezi tlumeným a netlumeným nosníkem (pokud není zkušební vzorek ze samonosného tlumícího materiálu).

Nosník s tlumícím materiálem z jedné nebo obou stran je většinou používán pro tuhý tlumící materiál s Youngovým modulem ve smyku větším než 100 MPa. Takovými materiály jsou například smalty nebo zatížené vinyly.

„Sendvičový“ nosník s tlumící vrstvou mezi dvěma základními nosníky je běžně používán pro měkké viskoelastické materiály s modulem pružnosti ve smyku menším než 100 MPa. Přesné hodnoty materiálových vlastností lze získat pouze při použití správného zkušební vzorku.

Když je na kovový nosník nanesen účinný tlumící materiál, je odezva velmi zatlumená a poměr signálu k šumu není velký. Proto je důležité vybrat patřičnou tloušťku tlumícího materiálu. Je vhodné začít s poměrem tloušťky tlumícího materiálu a kovového nosníku 1:1 pro nosník s tlumící vrstvou z jedné nebo obou stran a 1:10 pro nosník s tlumící vrstvou mezi dvěma základními nosníky. Avšak musí být zabráněno také extrémně nízkému tlumení v systému, aby nebyly příliš malé rozdíly mezi tlumeným a netlumeným systémem. Jestliže tloušťka tlumícího materiálu nemůže být jednoduše změněna, musí být obměněna tloušťka základního nosníku, aby byl dodržen poměr tlouštěk zmíněný výše.

Dostatečný čas by měl být věnován nanesení tlumícího materiálu a výběru vhodného lepidla pro přilepení tlumící vrstvy k základnímu nosníku. Tlumení kompozitního nosníku může být ovlivněno tuhostí a tloušťkou lepidla a může tak být zdrojem chyb.

Před zachováním vzorků k pozdějším testům musí být zváženo stárnutí jak tlumícího materiálu, tak lepidla.

3.4 Zařízení

Zařízení pro zkoušku je složeno z pevného upínacího přípravku, ve kterém je uchycen testovaný vzorek, dvou snímačů vibrací a přístrojového vybavení ke generování budícího signálu a měření vibrační odezvy.

Upínač je složen z masivní, tuhé struktury, vybavené svěrákem pro upnutí konce vzorku a montážními úchyty pro snímače. Často je potřeba zajistit vibrační uložení upínače, aby bylo zabráněno vlivu externích vibrací, které mohou být při měření zdrojem snížené koherence.

Většinou jsou použity dva snímače, jeden pro vyvození budících sil a druhý pro měření odezvy nosníku. Je důležité minimalizovat všechny zdroje tlumení až na materiál,

který má být vyšetřen. Proto je vhodnější používat bezdotykové snímače. Pokud je vzorek vytvořen z nerezové oceli, hliníku nebo neželezného materiálu, může být na základní nosník přidáno malé množství magnetického materiálu, aby mohla být změřena vibrační odezva. Ve vysokých frekvencích, při kterých bezdotykové snímače nemají dostatečnou citlivost, jsou pro měření odezvy použity akcelerometry nebo odporové tenzometry. Před použitím dotykového snímače musí být zajištěno, že snímač nebude zdrojem tlumení, které by ovlivnilo měření.

Přístrojové vybavení pro tuto metodiku by se mělo skládat nejméně ze dvou kanálů pro buzení síly a snímání vibrační odezvy.

3.5 Postup

Nosník se upne do těžkého, tuhého upínače, který simuluje vetknutí. Snímače jsou vhodně umístěny. Při buzení zkušebního vzorku harmonickým nebo náhodným signálem je použit výkonový zesilovač. Poté je změřeno několik rezonančních módů vzorku.

Při měření tlumení kompozitního nosníku se využije šířka 3dB pásma, avšak mohou být využity i jiné metody, například aproximace křivek při modální analýze, Nyquistův graf, metoda dynamické tuhosti nebo n dB metoda šířky pásma.

3.6 Výpočet

Prvním krokem při výpočtu tlumících vlastností zkoušeného materiálu je určení Youngova modulu pružnosti základního nosníku. Ve všech výpočtech se objevují geometrické parametry použitých nosníků, hustoty materiálů a z měření zjištěné rezonanční frekvence, šířky 3dB pásma nebo ztrátové faktory jednotlivých módů.

Výpočet Youngova modulu pružnosti pro základní nosník

$$E = \frac{12 \cdot \rho \cdot l^4 \cdot f_n^2}{H^2 \cdot C_n^2} \quad (3.6.1)$$

Kde f_n je rezonanční frekvence daného módu v Hz, H je tloušťka volného konce vzorku ve směru vibrací v m, l je délka volného konce vzorku v m, n číslo módu, ρ je hustota nosníku v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a C_n je koeficient pro daný mód nosníku, který má hodnotu:

$$C_1 = 0,55959; C_2 = 3,5069; C_3 = 9,8194; C_4 = 19,242; C_5 = 31,809$$

Pro hodnotu $n > 3$ se C_n vypočítá dle vztahu:

$$C_n = \frac{\pi}{2} \cdot (n - 0,5)^2 \quad (3.6.2)$$

Výpočet Youngova modulu pružnosti pro nosník s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou (nosník oberst)

$$E_1 = \frac{E}{(2 \cdot T^3)} \cdot \left[(\alpha - \beta) + \sqrt{\{(\alpha - \beta)^2 - 4 \cdot T^2 \cdot (1 - \alpha)\}} \right] \quad (3.6.3)$$

Kde E je Youngův modul základního vzorku v Pa, E_1 je Youngův modul vzorku s jednostranným tlumením v Pa, T je poměr tloušťky:

$$T = \frac{H_1}{H} \quad (3.6.4)$$

Kde H_1 je tloušťka tlumicího materiálu v m a H je tloušťka volného konce základního vzorku v m.

$$\alpha = \left(\frac{f_c}{f_n} \right)^2 \cdot (1 + D \cdot T) \quad (3.6.5)$$

$$\beta = 4 + 6 \cdot T + 4 \cdot T^2 \quad (3.6.6)$$

Kde f_c je rezonanční frekvence módu kompozitního nosníku v Hz, f_n je rezonanční frekvence módu základního nosníku v Hz.

D je poměr hustot:

$$D = \frac{\rho_1}{\rho} \quad (3.6.7)$$

Kde ρ_1 je hustota tlumicího materiálu v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a ρ je hustota nosníku v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Výpočet ztrátového faktoru pro nosník s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou

$$\eta_1 = \eta_c \cdot \left[\frac{(1 + M \cdot T) \cdot (1 + 4 \cdot M \cdot T + 6 \cdot M \cdot T^2 + 4 \cdot M \cdot T^3 + M^2 \cdot T^4)}{M \cdot T \cdot (3 + 6 \cdot T + 4 \cdot T^2 + 2 \cdot M \cdot T^3 + M^2 \cdot T^4)} \right] \quad (3.6.8)$$

Kde η_c je ztrátový faktor vzorku s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou vyjádřený jako bezrozměrná veličina, T je poměr tloušťky vyjádřený rovnicí 3.6.4.

M je poměr Youngových modulů pružnosti:

$$M = \frac{E_1}{E} \quad (3.6.9)$$

Kde E je Youngův modul pružnosti základního vzorku v Pa a E_1 je modul pružnosti vzorku s jednostranně nesenou tlumící vrstvou v Pa.

Výpočet Youngova modulu pružnosti pro nosník s oboustranně nanesenou tlumící vrstvou

$$E_1 = E \cdot \left[\frac{\left(\frac{f_m}{f_n} \right)^2 \cdot (1 + 2 \cdot D \cdot T) - 1}{(9 \cdot T^3 + 12 \cdot T^2 + 6 \cdot T)} \right] \quad (3.6.10)$$

Kde E je Youngův modul základního nosníku v Pa, E_1 je Youngův modul tlumícího materiálu v Pa, f_m je rezonanční frekvence nosníku s oboustranně nesenou tlumící vrstvou v Hz, f_n je rezonanční frekvence módu základního nosníku v Hz, T je poměr tlouštěk viz rovnice 3.6.4 a D je poměr hustot, viz rovnice 3.6.7.

Výpočet ztrátového faktoru pro nosník s oboustranně nanesenou tlumící vrstvou

$$\eta_1 = \eta_m \cdot \left[\frac{E \cdot \eta_m}{E_1 \cdot \{8 \cdot T^3 + 12 \cdot T^2 + 6 \cdot T\}} \right] \quad (3.6.11)$$

Kde η_m je ztrátový faktor vzorku s oboustranně nanesenou tlumící vrstvou vyjádřený jako bezrozměrná veličina, E_1 je modul tlumícího materiálu a T je poměr tlouštěk vyjádřený rovnicí 3.6.4.

Výpočet Youngova modulu pružnosti pro vzorek sendvičového typu

$$G_1 = \left[A - B - 2 \cdot (A - B)^2 - 2 \cdot (A \cdot \eta_s)^2 \right] \cdot \left[\frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot C_n \cdot E \cdot H \cdot H_1}{l^2}}{(1 - 2 \cdot A + 2B)^2 + 4 \cdot (A \cdot \eta_s)^2} \right] \quad (3.6.12)$$

Kde η_s je ztrátový faktor „sendvičového“ vzorku na daném módu vyjádřen bezrozměrně, C_n je koeficient pro daný mód nosníku, který se vypočítá stejně jako u základního nosníku, E je Youngův modul pružnosti základního nosníku v Pa, l je délka volného konce vzorku v m.

Veličiny A a B se vypočítají jako:

$$A = \left(\frac{f_s}{f_n} \right)^2 \cdot (2 + D \cdot T) \cdot \frac{B}{2} \quad (3.6.13)$$

Kde f_s je vlastní frekvence sendvičového vzorku v Hz, f_n je vlastní frekvence základního vzorku v Hz, D je poměr hustot vyjádřený rovnicí 3.6.7.

$$B = \frac{1}{6 \cdot (1 + T)^2} \quad (3.6.14)$$

Kde T je poměr tloušťky vyjádřený rovnicí 3.6.4.

Výpočet ztrátového faktoru pro vzorek sendvičového typu

$$\eta_1 = \frac{A \cdot \eta_s}{A - B - 2 \cdot (A - B)^2 - 2 \cdot (A \cdot \eta_s)^2} \quad (3.6.15)$$

Kde η_s je ztrátový faktor „sendvičového“ vzorku na daném módu vyjádřen bezrozměrně, A se vypočítá ze vztahu uvedeného v rovnici 3.6.13 a B z rovnice 3.6.14.

4 Praktická část

Ke zjištění modulu pružnosti pryže v tahu E a modulu pružnosti pryže ve smyku G byla uplatněna metodika dle normy ASTM E756-05:2010, která k měření vibračních a tlumících vlastností materiálu využívá zkušební vzorky ve tvaru vetknutého nosníku.

Přístrojové vybavení

- Analyzátor PULSE 4/2 Type 3109
- Miniaturní rázové kladívko se snímačem síly BK8203
- Snímač zrychlení BK 4374
- Nábojový předzesilovač BK 2647A
- Bezdotykový snímač rychlosti MM0002
- Software PULSE LabShop v. 12.0
- Software STAR Struct v 3.0

4.1 Základní vzorky

Před samotným měřením vzorků s tlumicí vrstvou jsem převzal již hotové měření základních vzorků, jejichž počet byl třicet. Průměrné hodnoty vlastních frekvencí f a průměrné hodnoty poměrných útlumů ζ všech třiceti základních nosníků jsou uvedeny v tab. 4.1.1 společně s přesností, která je dána velikostí směrodatné odchylky.

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda		Akcelerometr	
	$(f \pm \sigma_f)$ [Hz]	$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]	$(f \pm \sigma_f)$ [Hz]	$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]
1.	$13,43 \pm 0,03$	$2,47 \pm 0,07$	-	-
2.	$84,3 \pm 0,2$	$0,44 \pm 0,03$	$84,2 \pm 0,2$	$0,21 \pm 0,04$
3.	$236,2 \pm 0,5$	$0,18 \pm 0,03$	$235,5 \pm 0,5$	$0,14 \pm 0,04$
4.	463 ± 1	$0,11 \pm 0,03$	459 ± 1	$0,13 \pm 0,06$
5.	766 ± 2	$0,09 \pm 0,03$	753 ± 2	$0,12 \pm 0,07$
6.	1144 ± 2	$0,07 \pm 0,03$	1115 ± 3	$0,11 \pm 0,06$
7.	1599 ± 3	$0,06 \pm 0,03$	1545 ± 4	$0,12 \pm 0,07$
8.	2146 ± 4	$0,05 \pm 0,01$	2071 ± 5	$0,08 \pm 0,02$
9.	2736 ± 6	$0,05 \pm 0,04$	2641 ± 5	$0,45 \pm 0,04$

Tab. 4.1.1 – Průměrné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů základních vzorků

V tabulce chybí údaje pro 1. ohybový mód z měření pomocí akcelerometru BK 4374, který se nepodařilo izolovat. To však nemá praktický význam, protože první mód je nejvíce ovlivněn uchycením, a proto se pro určení tlumení a modulu pružnosti nevyužívá.

Zjištěné vlastní frekvence všech třiceti základních vzorků byly zobrazeny pomocí sloupcových grafů, z nichž byly vybrány dvojice vzorků s nejbližšími vlastními frekvencemi pro výrobu „sendvičových vzorků“ s tlumicí vrstvou uprostřed. Celkem bylo vytvořeno šest dvojic „sendvičových“ vzorků. V tab. 4.1.2 jsou uvedeny průměrné hodnoty vlastních frekvencí vybraných základních vzorků pro tvorbu šesti „sendvičových“ vzorků a poměrných útlumů z měření bezdotykovou sondou MM0002 a akcelerometrem BK 4374. V tab. 4.1.3 jsou zaznamenány průměrné hodnoty vlastních frekvencí základních vzorků pro tvorbu tří vzorků s jednostranně nesenou tlumicí vrstvou a průměrné hodnoty poměrných útlumů z měření bezdotykovou sondou a akcelerometrem.

Ohybový mód č.	$(f \pm \sigma_f)$ [Hz]		$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]	
	MM0002	BK 4374	MM0002	BK 4374
2.	$85,0 \pm 0,2$	$84,9 \pm 0,2$	$0,425 \pm 0,007$	$0,43 \pm 0,02$
3.	$238,1 \pm 0,5$	$237,4 \pm 0,6$	$0,169 \pm 0,006$	$0,20 \pm 0,03$
4.	$466,8 \pm 0,9$	463 ± 1	$0,098 \pm 0,005$	$0,13 \pm 0,02$
5.	772 ± 2	759 ± 3	$0,072 \pm 0,009$	$0,14 \pm 0,05$
6.	1153 ± 2	1124 ± 4	$0,054 \pm 0,005$	$0,10 \pm 0,02$
7.	1611 ± 3	1558 ± 6	$0,047 \pm 0,004$	$0,10 \pm 0,02$
8.	2146 ± 4	2070 ± 6	$0,049 \pm 0,004$	$0,08 \pm 0,02$
9.	2758 ± 6	2663 ± 7	$0,038 \pm 0,006$	$0,08 \pm 0,01$

Tab. 4.1.2 – Průměrné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů základních vzorků vybraných na tvorbu „sendvičových“ vzorků

Ohybový mód č.	$(f \pm \sigma_f)$ [Hz]		$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]	
	MM0002	BK 4374	MM0002	BK 4374
2.	84 ± 1	84 ± 1	$0,48 \pm 0,05$	$0,47 \pm 0,02$
3.	234 ± 3	235 ± 3	$0,22 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,04$
4.	460 ± 6	458 ± 7	$0,15 \pm 0,06$	$0,15 \pm 0,03$
5.	760 ± 10	753 ± 10	$0,13 \pm 0,07$	$0,17 \pm 0,05$
6.	1135 ± 15	1113 ± 17	$0,11 \pm 0,06$	$0,13 \pm 0,02$
7.	1586 ± 22	1542 ± 24	$0,10 \pm 0,06$	$0,13 \pm 0,04$
8.	2114 ± 28	2049 ± 29	$0,09 \pm 0,04$	$0,11 \pm 0,03$
9.	2715 ± 37	2627 ± 37	$0,09 \pm 0,7$	$0,18 \pm 0,08$

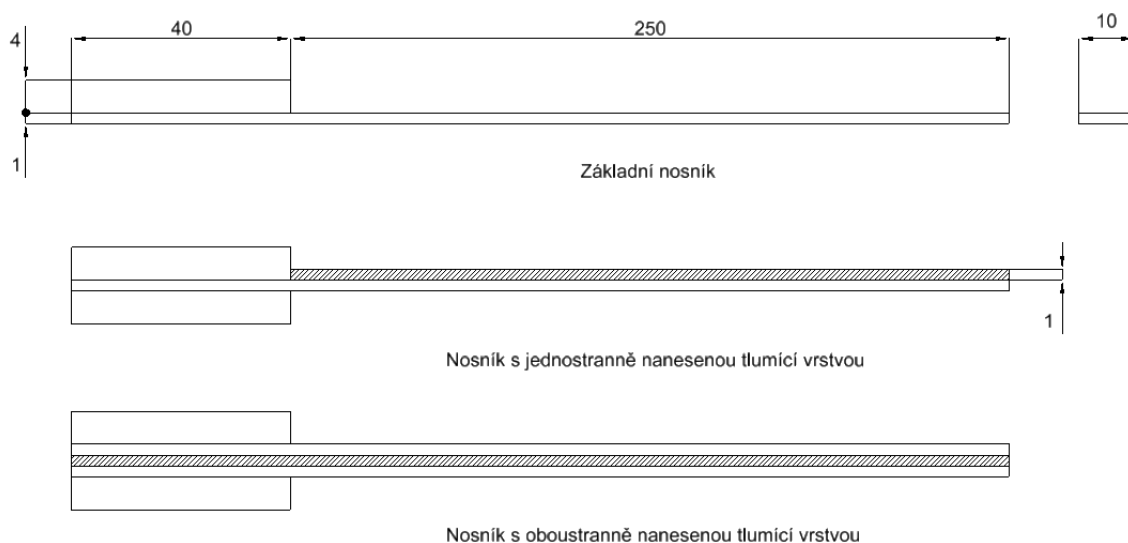
Tab. 4.1.3 – Průměrné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů základních vzorků vybraných na tvorbu vzorků s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou

Průměrné hodnoty vlastních frekvencí vybraných vzorků jsou vyšší a hodnoty tlumení jsou nižší než při použití všech třiceti vzorků, navíc hodnoty tlumení mají menší rozptyl. To je dáno tím, že pro tvorbu dvojic byly vybrány kvalitnější vzorky a také tím, že u několika zbývajících vzorků došlo k odlepení hranolů v upínací části. Porovná-li se oba typy vzorků, zjistíme, že odchylky u vzorků s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou jsou zhruba o jeden řád vyšší. Je to dáno jednak tím, že „oberst“ vzorky byly pouze tři a také tím, že „oberst“ vzorek č. 2 byl nejspíše špatně vyroben a jeho měřením bylo dosaženo odlišných hodnot vlastních frekvencí a poměrných útlumů.

4.2 Zkušební vzorky s nanesenou tlumící vrstvou

K měření tlumících parametrů jsem obdržel již předem vyrobené dva typy nosíkových vzorků, šest „sendvičových“ vzorků s nanesenou tlumící vrstvou mezi dvěma základními vzorky a tři vzorky s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou, s volnou délkou základního nosníku o rozměrech $250 \times 10 \times 1$ mm a tloušťkou tlumící vrstvy 1mm. Tyto rozměry základního vzorku a tlumící vrstvy odpovídají doporučeným rozměrům uvedeným v normě ASTM E756-05:2010, viz kapitola 3.2. Rozdíl oproti normě ASTM E756-05:2010 je v tom, že sendvičové vzorky neobsahují kovovou vymezovací podložku v upínací části, což je dost zásadní chyba, které se dopustil zadavatel při výrobě vzorků. Uspořádání zkušebních vzorků je vidět na obr. 4.2.1. Zkušební vzorky byly upnuté ve speciálním přípravku, který byl připevněn čtyřmi šrouby. Šrouby byly dotaženy pomocí momentového klíče na hodnotu 20 Nm

z důvodu dodržení co nejvíce srovnatelných okrajových podmínek všech vzorků a také proto, že vyšší hodnoty utahovacího momentu způsobovaly odlepení upínacích částí nosníkových vzorků.

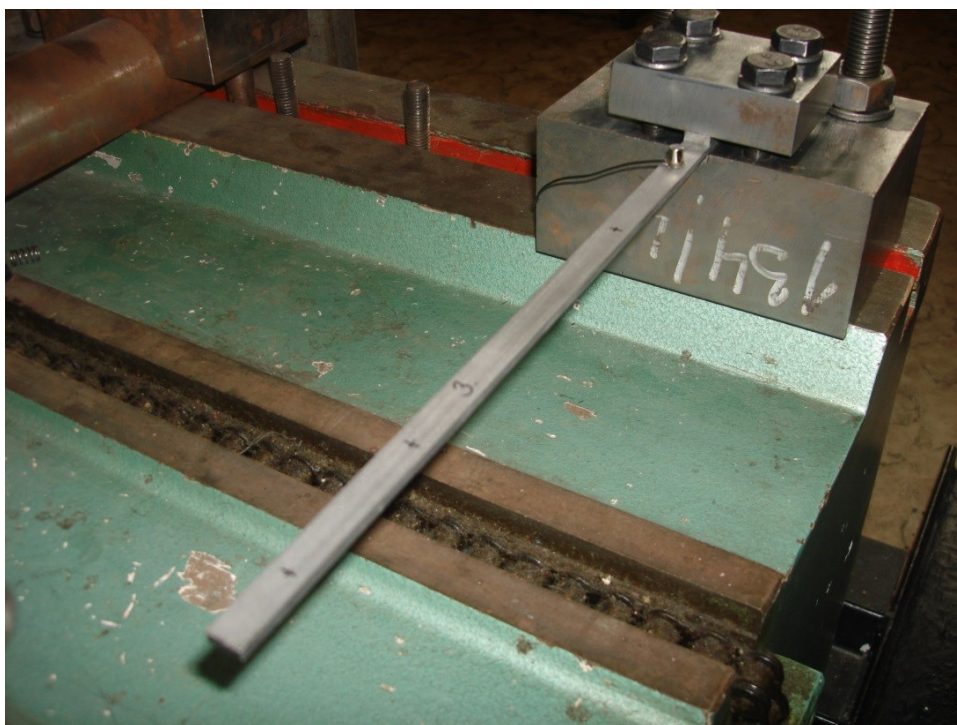


Obr. 4.2.1 – Konstrukce zkušebních vzorků s tlumicí vrstvou

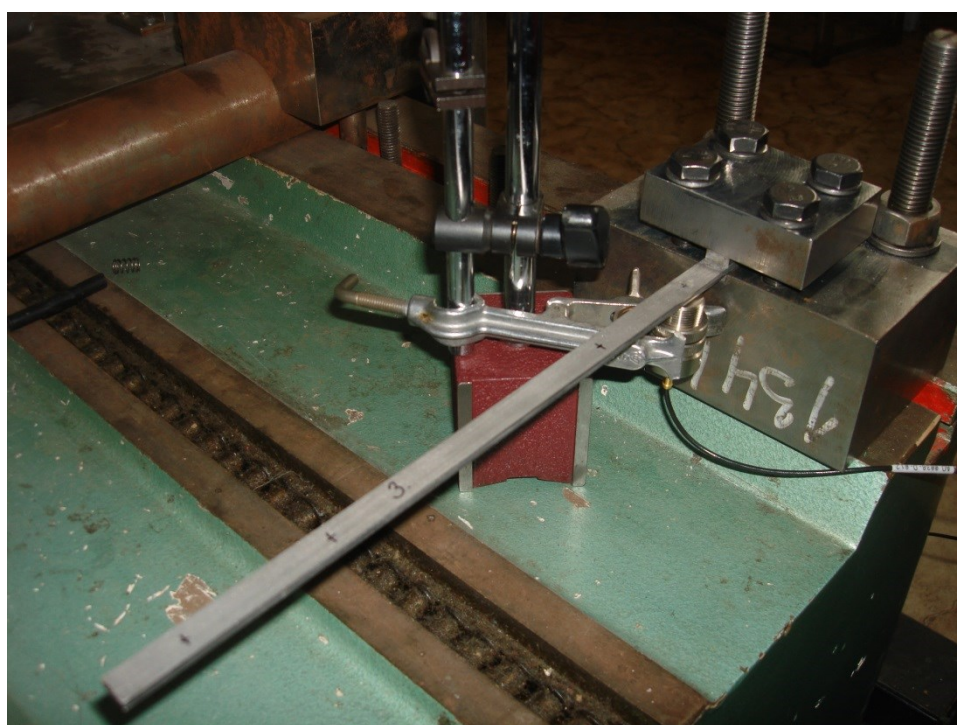
4.3 Způsob měření vlastních frekvencí

Byly změřeny tzv. frekvenční odezvosvé funkce, což je poměr vibrační odezvy a budící síly. Vibrační odezva byla snímána pomocí snímače zrychlení BK 4374 a pro srovnání výsledků také bezdotykovým snímačem rychlosti MM0002. Snímač zrychlení byl na nosník připevněn pomocí včelího vosku a umístěn na vrchní straně nosníkového vzorku ve vzdálenosti 20 mm od vetknutí. Bezdotykový snímač rychlosti byl umístěn ve stejné vzdálenosti od vetknutí jako snímač zrychlení, avšak oproti snímači zrychlení byl snímač rychlosti umístěn pod spodní stranou vzorku. Vlastní frekvence všech vzorků byly změřeny ve frekvenčním rozsahu 0 až 3200 Hz. Norma ASTM E756-05:2010 sice předepisuje, aby k aplikaci budící síly a měření odezvy byly použity dva identické snímače, avšak v našem případě byl k dispozici pouze jeden bezdotykový snímač a navíc tento snímač nebylo možné na volném konci nosníku použít. Bezdotykový snímač MM0002 je magnetický. Použité nosníkové vzorky jsou „měkké“, takže při přiblížení snímače MM0002 k volnému konci nosníku došlo ke kontaktu, snímač si nosník „přitáhl“. Proto bylo k aplikaci budící síly použito miniaturní rázové kladívko se snímačem síly BK8203. Vzorek byl buzen ve dvou místech, v prvním místě ve vzdálenosti 70 mm od vetknutí a v druhém místě, ve vzdálenosti 20 mm od volného konce nosníkového vzorku, viz obr. 4.3.1, na kterém je

možné vidět i přilepený akcelerometr a obr. 4.3.2, kde je vidět nosník při měření bezdotykovou sondou.



Obr. 4.3.1 – Ukázka upnutého „sendvičového“ vzorku při měření akcelerometrem BK 4374



Obr. 4.3.2 – Ukázka upnutého „sendvičového“ vzorku při měření bezdotykovou sondou MM0002

Pro výpočet dle normy ASTM E756-05:2010 byly použity pouze hodnoty z buzení na volném konci, jelikož vibrace procházejí přes celý nosník a získané hodnoty tlumení jsou přesnější. Buzení blíže vetknutí bylo použito pouze pro kontrolu, buzení je zde snadnější než na volném konci a určení vlastních frekvencí by tak mohlo být spolehlivější, avšak není, jak prokazují velikosti odchylek v tab. 4.4.1. Signál ze snímačů síly a odezvy nejdříve prošel přes nábojový předzesilovač BK 2647A a poté byl signál zpracován prostřednictvím analyzátoru PULSE 4/2 Type 3109. Výsledky byly následně zaznamenány v programu PULSE LabShop v. 12.0. Mezi jednotlivými měřeními byla provedena demontáž a zpětná montáž každého vzorku.

Kompenzace exponenciálního vážení

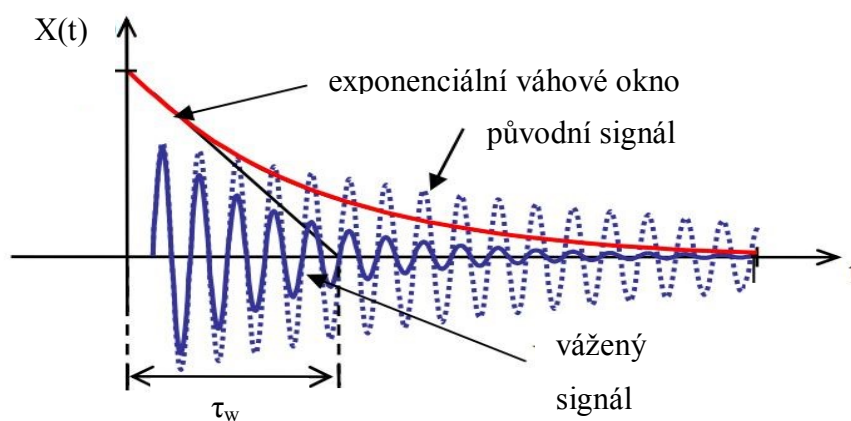
Při měření frekvenčních odezvových funkcí bylo na signál odezvy použito exponenciální váhové okno, které výstupní signál uměle zatlumuje, tudíž je poté vypočtená konstanta doznívání a poměrný útlum příliš velký. K získání přesných výsledků modálního tlumení je třeba přídavný vliv exponenciálního okna odečíst.

$$\delta = \delta_m - \delta_w \quad (4.3.1)$$

Kde δ je správná hodnota konstanty doznívání, δ_m je naměřená hodnota a δ_w je vliv exponenciálního okna, který se vypočítá jako:

$$\delta_w = \frac{1}{\tau_w} \quad (4.3.2)$$

Kde τ_w je časová konstanta exponenciálního váhového okna, viz obr. 4.3.3.



Obr. 4.3.3 – Vliv exponenciálního okna na původní signál

4.4 Naměřená data

Vlastní frekvence a tlumení jednotlivých nosníkových vzorků jak „sendvičového“ typu, tak typu s jednostrannou tlumící vrstvou jsou uvedeny v příloze. V tab. 4.4.1 jsou uvedeny průměrné hodnoty vlastních frekvencí „sendvičového“ vzorku, tabulka také obsahuje srovnání měření při aplikaci budící síly na volném konci a konci poblíž vetknutí. V následujících tabulkách jsou uvedeny pouze hodnoty z měření při buzení vibrací na volném konci. V tab. 4.4.2 jsou uvedeny poměrné útlumy pro „sendvičový“ vzorek.

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda		Akcelerometr	
	(f ± σ _f) [Hz]			
	Volný konec	Vetknutí	Volný konec	Vetknutí
2.	159 ± 1	159 ± 2	160,6 ± 0,6	160,7 ± 0,5
3.	357 ± 2	357 ± 2	359 ± 1	359 ± 1
4.	603 ± 3	603 ± 3	604 ± 3	603 ± 2
5.	912 ± 4	906 ± 18	907 ± 4	908 ± 3
6.	1288 ± 4	1289 ± 4	1278 ± 3	1277 ± 3
7.	1735 ± 4	1735 ± 4	1714 ± 4	1713 ± 3
8.	2254 ± 4	2257 ± 6	2221 ± 4	2221 ± 5
9.	2848 ± 3	2857 ± 5	2803 ± 4	2803 ± 6

Tab. 4.4.1 – Vlastní frekvence „sendvičového“ nosníkového vzorku

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]	
2.	$2,64 \pm 0,06$	$2,41 \pm 0,09$
3.	$2,8 \pm 0,2$	$2,54 \pm 0,07$
4.	$2,7 \pm 0,4$	$2,35 \pm 0,05$
5.	$2,2 \pm 0,3$	$1,9 \pm 0,3$
6.	$1,8 \pm 0,1$	$1,9 \pm 0,1$
7.	$1,6 \pm 0,1$	$1,52 \pm 0,03$
8.	$1,4 \pm 0,1$	$1,36 \pm 0,02$
9.	$1,25 \pm 0,03$	$1,23 \pm 0,03$

Tab. 4.4.2 – Poměrné útlumy „sendvičového“ nosníkového vzorku

Tab. 4.4.3 a 4.4.4 uvádí průměrné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů pro vzorek s jednostranným tlumením.

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	$(f \pm \sigma_f)$ [Hz]	
2.	$77,0 \pm 0,5$	$77,4 \pm 0,7$
3.	216 ± 2	216 ± 2
4.	423 ± 3	422 ± 3
5.	700 ± 5	692 ± 6
6.	1045 ± 7	1027 ± 8
7.	1460 ± 11	1426 ± 12
8.	1945 ± 14	1900 ± 19
9.	2498 ± 16	2440 ± 24

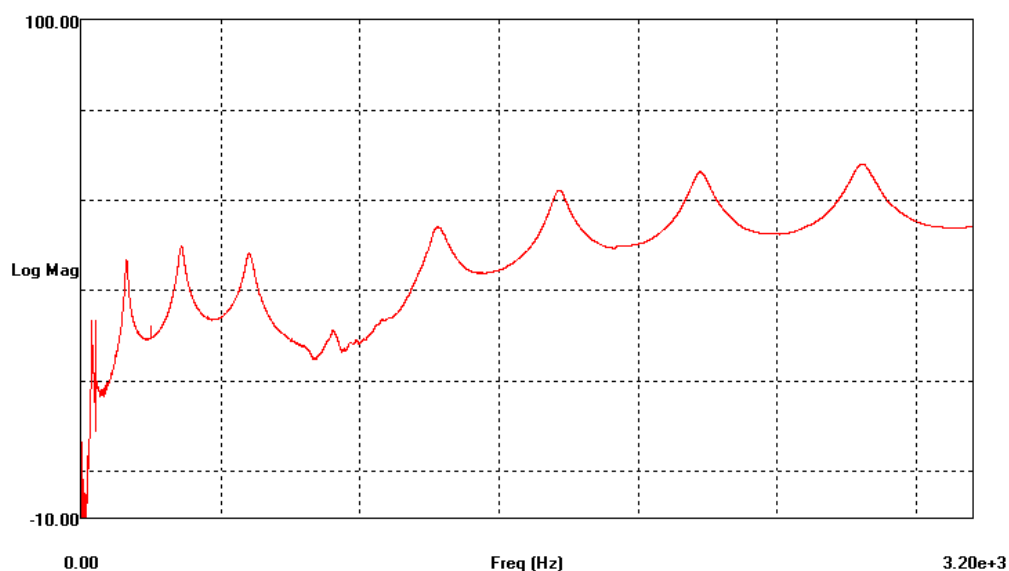
Tab. 4.4.3 – Vlastní frekvence vzorku s jednostranně tlumící vrstvou

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	$(\zeta \pm \sigma_\zeta)$ [%]	
2.	$0,12 \pm 0,02$	$0,15 \pm 0,04$
3.	$0,08 \pm 0,01$	$0,11 \pm 0,03$
4.	$0,071 \pm 0,004$	$0,15 \pm 0,03$
5.	$0,069 \pm 0,004$	$0,2 \pm 0,1$
6.	$0,065 \pm 0,005$	$0,4 \pm 0,2$
7.	$0,062 \pm 0,003$	$0,21 \pm 0,05$
8.	$0,07 \pm 0,01$	$0,16 \pm 0,04$
9.	$0,05 \pm 0,04$	$0,18 \pm 0,05$

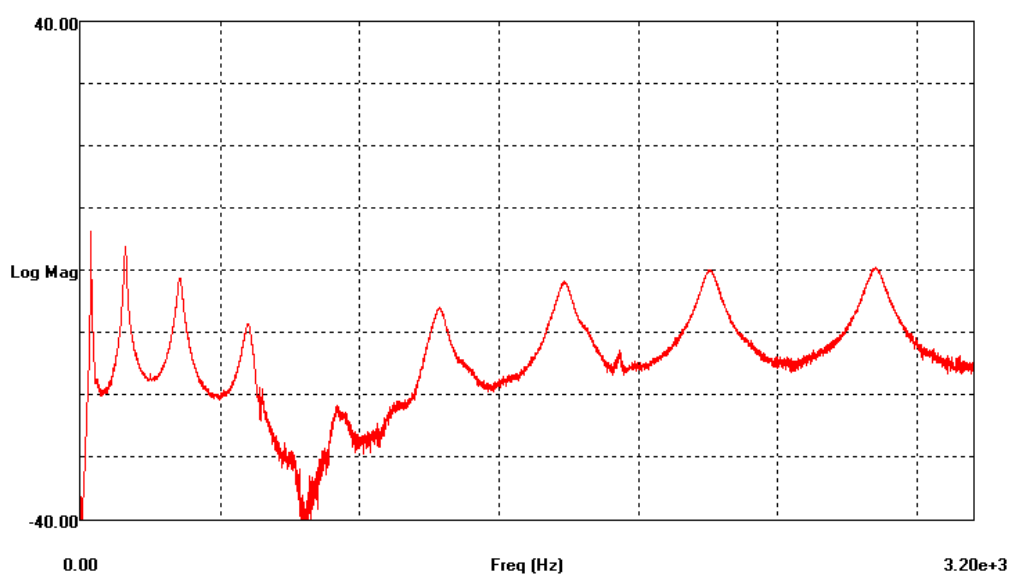
Tab. 4.4.4 – Poměrné útlumy vzorku s jednostranně tlumící vrstvou

V tabulkách 4.4.1 a 4.4.3 je vidět rozdíl v hodnotách vlastních frekvencí získaných při měření bezdotykovým snímačem rychlosti MM0002 a akcelerometrem BK 4374. Do hodnoty vlastní frekvence 1000 Hz je rozdíl v řádu jednotek Hz, při vyšších hodnotách než 1000 Hz jsou rozdíly v řádu desítek Hz. Tyto rozdíly jsou způsobené připevněním akcelerometrem na povrchu vzorku, který výrazně ovlivňuje velikost vlastních frekvencí, i když je jeho hmotnost pouze 0,65g.

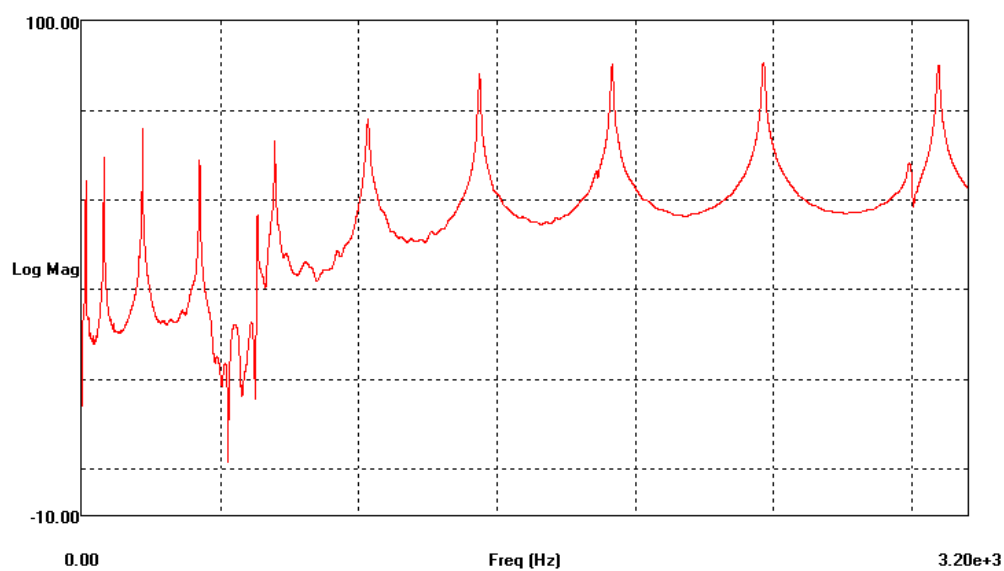
Na obr. 4.4.1 – 4.4.4 jsou uvedeny grafy frekvenčních odezvových funkcí obou typů vzorků a také srovnání mezi „sendvičovým“ a jednostranně tlumeným nosníkem. Zároveň na těchto grafech lze vidět rozdíl frekvenčních odezvových funkcí při měření bezdotykovou sondou a akcelerometrem. Z grafů je patrné, že amplitudy jsou u stejného typu vzorku jiné. To je z toho důvodu, že vzdálenost mezi bezdotykovou sondou a zkušebním vzorkem nebyla přesně nakalibrována. Kalibrace se nemusela provádět, jelikož amplitudy nejsou relevantní, vlastní frekvence jsou vždy stejné bez ohledu na vzdálenost sondy od vzorku. Tak jako vlastní frekvence zůstávají neovlivněny i poměrné útlumy. Šířka pásma s polovičním výkonem je vždy stejná.



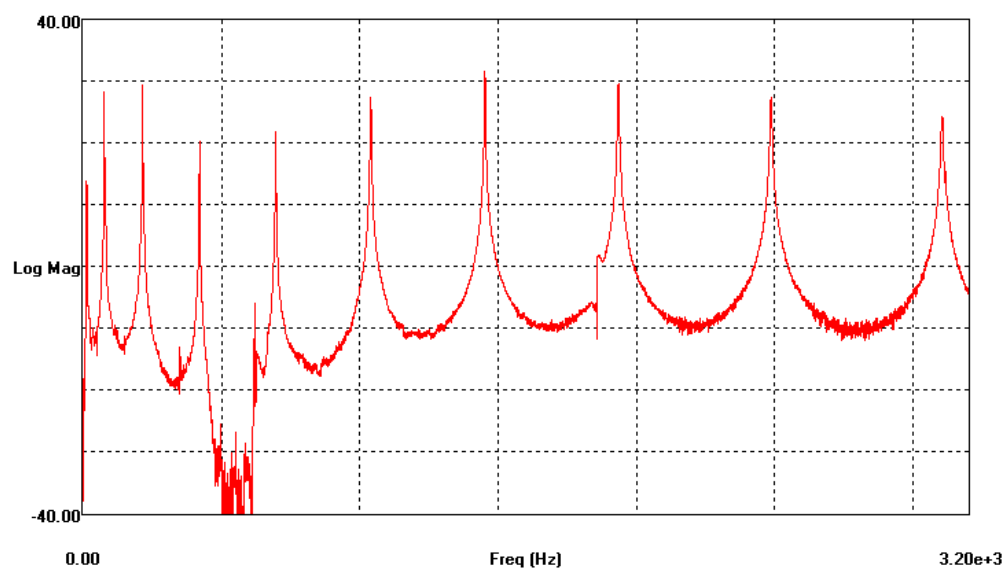
Obr. 4.4.1 – Frekvenční odezvová funkce: „sendvičový“ vzorek, akcelerometr



Obr. 4.4.2 – Frekvenční odezvová funkce: „sendvičový“ vzorek, bezdotyková sonda



Obr. 4.4.3 – Frekvenční odezвовá funkce: jednostranně tlumený vzorek, akcelerometr



Obr. 4.4.4 - Frekvenční odezвовá funkce: jednostranně tlumený vzorek,
bezdotyková sonda

Z obr. 4.4.1 – 4.4.4 je zřejmé, že vlastní frekvence změřené akcelerometrem jsou mírně nižší než vlastní frekvence měřené bezdotykovou sondou.

5 Výpočet dynamických mechanických vlastností

Při výpočtu modulu pružnosti pryže v tahu E a modulu pružnosti pryže ve smyku G byla uplatněna metodika dle normy ASTM E756-05:2010, která při výpočtu tlumících vlastností materiálu pracuje s rezonančními frekvencemi jednotlivých módů, šířkou 3dB pásma, geometrickými vlastnostmi vzorků a hustotami materiálů, z kterých jsou vzorky vyrobeny. U jednotlivých typů vzorků je uveden příklad výpočtu a tabulkový výpis vypočítaných hodnot. Výpočet veškerých hodnot probíhal prostřednictvím softwaru MS Excel.

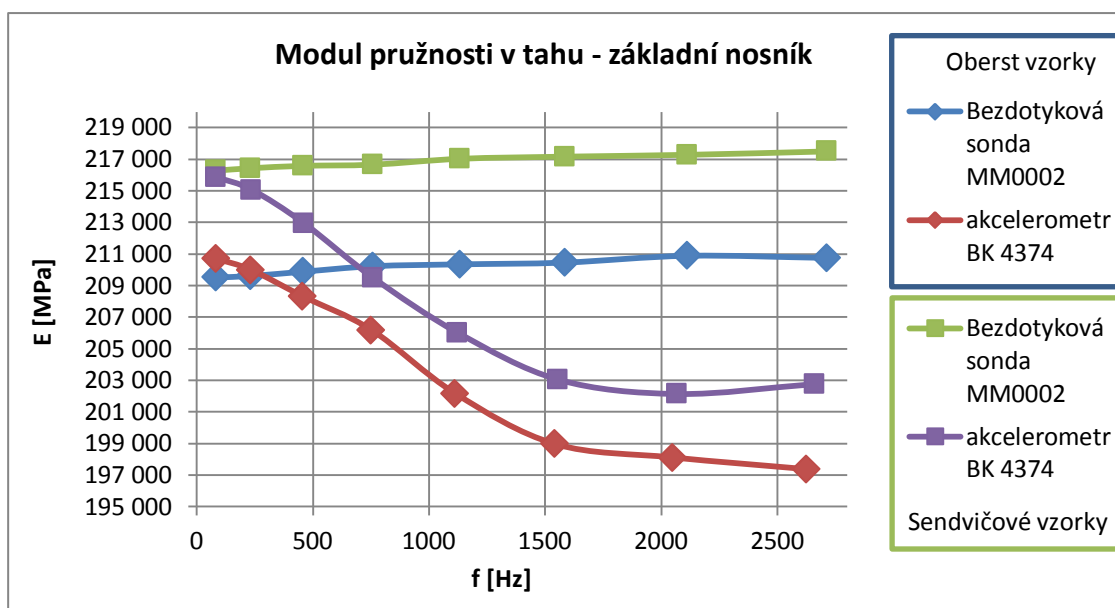
5.1 Základní vzorek

Při výpočtu modulu pružnosti byly průměrné hodnoty vlastních frekvencí základního vzorku uvedené v tab. 4.1.2. dosazeny do rovnice 3.6.1, přičemž byly vypočítány zvlášť hodnoty modulu pružnosti základních vzorků použitých na tvorbu sendvičových vzorků a na tvorbu vzorků s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou. Tyto hodnoty modulu pružnosti jsou uvedené v tab. 5.1.1. Obr. 5.1.1 uvádí srovnání modulu pružnosti z měření bezdotykovou sondou a akcelerometrem v závislosti na frekvenci. Rovnice 5.1.1 ukazuje výpočet modulu pružnosti základních vzorků pro tvorbu „sendvičových“ nosníků z 2. rezonančního módu pro bezdotykovou sondu MM0002:

$$E = \frac{12 \cdot 7850 \cdot 0,25^4 \cdot 85,02^2}{0,001^2 \cdot 3,5069^2} = 2,12627 \cdot 10^{11} Pa = 216\,279 MPa \quad (5.1.1)$$

Ohybový mód č.	Sendvičové vzorky		Vzorky s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou	
	E [MPa]			
	MM0002	BK 4374	MM0002	BK 4374
2.	216 279	215 870	209 511	210 706
3.	216 432	215 061	209 608	209 990
4.	216 581	212 933	209 879	208 310
5.	216 657	209 494	210 227	206 180
6.	217 029	206 010	210 344	202 163
7.	217 164	203 035	210 456	198 966
8.	217 279	202 134	210 886	198 114
9.	217 496	202 763	210 751	197 372

Tab. 5.1.1 – Hodnoty modulu pružnosti základního vzorku pro daný mód



Obr. 5.1.1 – Graf závislosti modulu pružnosti v tahu materiálu základního vzorku na frekvenci

Z grafu jde vidět patrný rozdíl jak mezi bezdotykovou sondou a akcelerometrem tak také mezi základními vzorky pro tvorbu „sendvičových“ vzorků a základními vzorky pro tvorbu vzorků s jednostranně nesenou tlumící vrstvou. Rozdíly modulů pružnosti základních vzorků pro „sendvičové“ a „oberst“ vzorky jsou značné, přitom by měly být stejné. „Oberst“ vzorky vycházejí jinak proto, že jeden ze vzorků byl špatně vyroben a díky tomu byly zjištěny odlišné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů. Navíc „sendvičových“ vzorků bylo více a tak lze předpokládat, že hodnoty modulu pružnosti základních vzorků na tvorbu těchto „sendvičových“ vzorků jsou věrohodnější, a proto tyto hodnoty budou použity v dalších výpočtech.

5.2 Sendvičový vzorek

Výpočet byl proveden dosazením hodnot do rovnice 3.6.12, přičemž se za modul pružnosti základního nosníku E dosazovaly hodnoty vypočítané ze základních vzorků, viz předchozí kapitola. Rovnice 5.2.1 – 5.2.5 ukazují, jak probíhal výpočet modulu pružnosti pryže ve smyku z 2. rezonančního módu pro bezdotykovou sondu:

$$G_1 = [0,156 - 0,042 - 2 \cdot (0,156 - 0,042)^2 - 2 \cdot (0,156 \cdot 0,026 \cdot 2)^2]. \quad (5.2.1)$$

$$\cdot \left[\frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot 3,5069 \cdot 216,3 \cdot 10^9 \cdot 0,001^2}{0,25^2}}{(1 - 2 \cdot 0,156 + 2 \cdot 0,042)^2 + 4 \cdot (0,156 \cdot 0,026 \cdot 2)^2} \right] = 11\,311\,246 \text{ Pa}$$

$$T = \frac{1}{1} = 1 \quad (5.2.2)$$

$$D = \frac{1210}{7850} = 0,154 \quad (5.2.3)$$

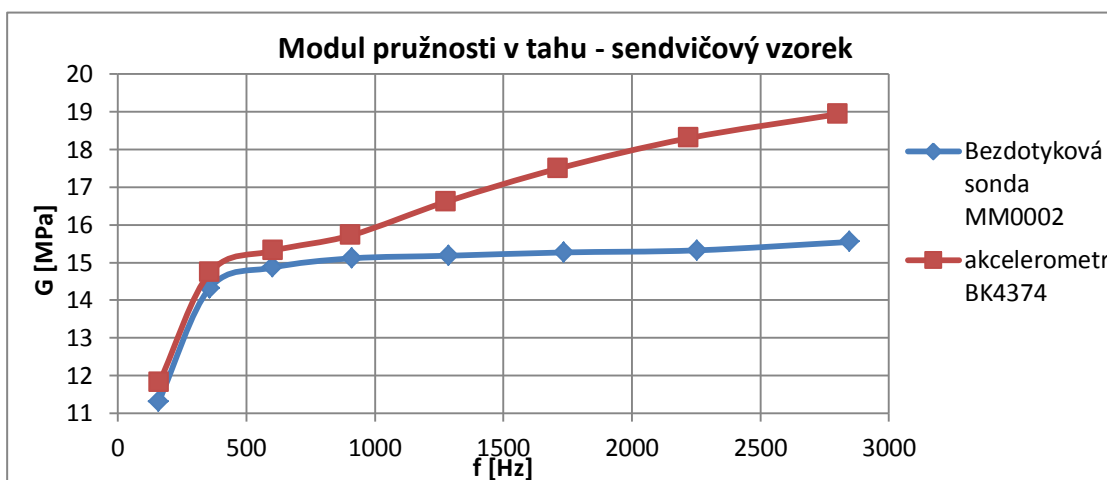
$$B = \frac{1}{6 \cdot (1+1)^2} = 0,042 \quad (5.2.4)$$

$$A = \left(\frac{158,7}{85,3} \right)^2 \cdot (2 + 0,154 \cdot 1) \cdot \frac{0,042}{2} = 0,156 \quad (5.2.5)$$

Vypočítané hodnoty modulu pružnosti pryže ve smyku jsou uvedeny v tab. 5.2.1 a na obr. 5.2.1 jde vidět závislost modulu pružnosti pryže ve smyku G na vlastní frekvenci.

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	G [MPa]	
2.	11,3	11,8
3.	14,3	14,7
4.	14,9	15,3
5.	15,1	15,7
6.	15,2	16,6
7.	15,3	17,5
8.	15,3	18,3
9.	15,5	18,9

Tab. 5.2.1 – Hodnoty modulu pružnosti „sendvičového“ vzorku



Obr. 5.2.1 – Graf závislosti modulu pružnosti ve smyku „sendvičového“ vzorku na frekvenci

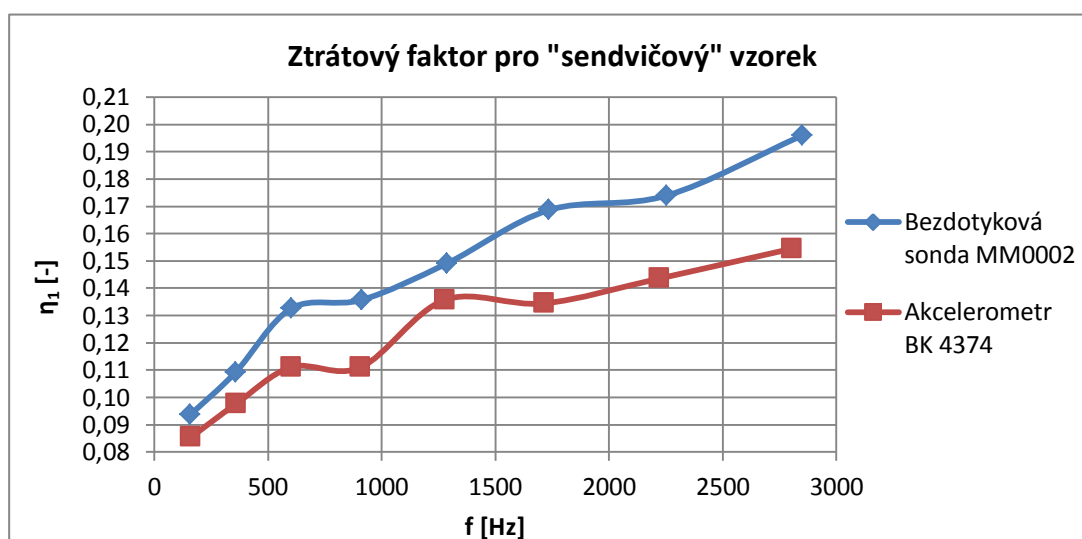
V tab. 5.2.2 jsou uvedeny hodnoty ztrátového faktoru tlumicí vrstvy sendvičového vzorku s již odečteným vlivem exponenciálního okna, které vytváří přídavné tlumení. Do rovnice pro výpočet ztrátového faktoru tlumicí vrstvy musí být dosazen ztrátový faktor „sendvičového“ vzorku, proto musí být zjištěný poměrný útlum z měření vynásoben dvěma. Rovnice 5.2.6 udává příklad výpočtu ztrátového faktoru z 2. módu pro bezdotykovou sondu.

$$\eta_1 = \frac{0,156 \cdot 0,026 \cdot 2}{0,156 - 0,042 - 2 \cdot (0,156 - 0,042)^2 - 2 \cdot (0,156 \cdot 0,026)^2} = 0,09 \quad (5.2.6)$$

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	Ztrátový faktor [-]	
2.	0,09	0,09
3.	0,11	0,10
4.	0,13	0,11
5.	0,14	0,11
6.	0,15	0,14
7.	0,17	0,13
8.	0,17	0,14
9.	0,20	0,15

Tab. 5.2.2 – Hodnoty ztrátového faktoru „sendvičového“ vzorku

Na obr. 5.2.2 je uveden graf závislosti ztrátového faktoru tlumicí vrstvy sendvičového vzorku na vlastní frekvenci pro bezdotykovou sondu a akcelerometr.



Obr.. 5.2.2 – Graf závislosti ztrátového faktoru „sendvičového“ vzorku na frekvenci

5.3 Vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou

Hodnoty byly dosazeny do rovnice 3.6.3, za hodnoty modulu pružnosti základního nosníku E byly dosazeny vypočítané hodnoty ze základních vzorků na tvorbu „sendvičových“ nosníků, viz kapitola 5.1. Vypočítané hodnoty modulu pružnosti pryže v tahu jsou zaznamenány v tab. 5.3.1. V rovnici 5.3.1 lze vidět, jak probíhal výpočet modulu pružnosti pryže z druhého rezonančního módu pro bezdotykovou sondu:

$$E_1 = \frac{216,3 \cdot 10^9}{(2 \cdot 1)} \cdot \left[(0,947 - 14) + \sqrt{\{(0,947 - 14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1 - 0,947)\}} \right] \quad (5.3.1)$$

$$E_1 = -8,71 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$\alpha = \left(\frac{77,03}{85,02} \right)^2 \cdot (1 + 0,15414 \cdot 1) = 0,947 \quad (5.3.2)$$

$$\beta = 4 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2 = 14 \quad (5.3.3)$$

Ohybový mód č.	Bezdotyková sonda	Akcelerometr
	E [MPa]	
2.	-871	-678
3.	-885	-698
4.	-877	-696
5.	-857	-648
6.	-865	-562
7.	-872	-517
8.	-861	-433
9.	-880	-478

Tab. 5.3.1 – Hodnoty modulu pružnosti jednostranně tlumeného vzorku

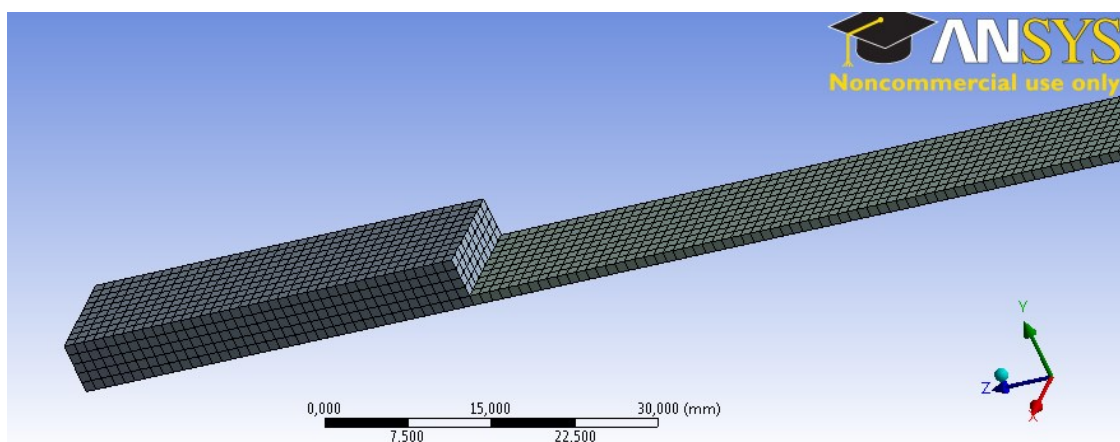
Jak je vidět z tab. 5.3.1, hodnoty modulu pružnosti pryže v tahu pro jednostranně nanesenou tlumící vrstvu vypočítané dle normy ASTM E756-05:2010 jsou záporné. Důvod je pravděpodobně ten, že tlumící materiál má menší Youngův modul pružnosti než 100 MPa, tudíž tento tlumící materiál nesplňuje podmínku pro výpočet modulu pružnosti s jednostranně nanesenou vrstvou dle normy ASTM E756-05:2010, viz kapitola 3.3. Z tohoto důvodu nelze data z měření vzorku s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou použít.

6 Modelování prostřednictvím MKP

K vytvoření numerického modelu nosníku byl použit software Ansys Workbench 14.0.0. Všechny modely byly naladěny na vlastní frekvence zjištěné bezdotykovou sondou MM0002, z důvodu toho, že akcelerometr má poměrně velký vliv na vlastní frekvence.

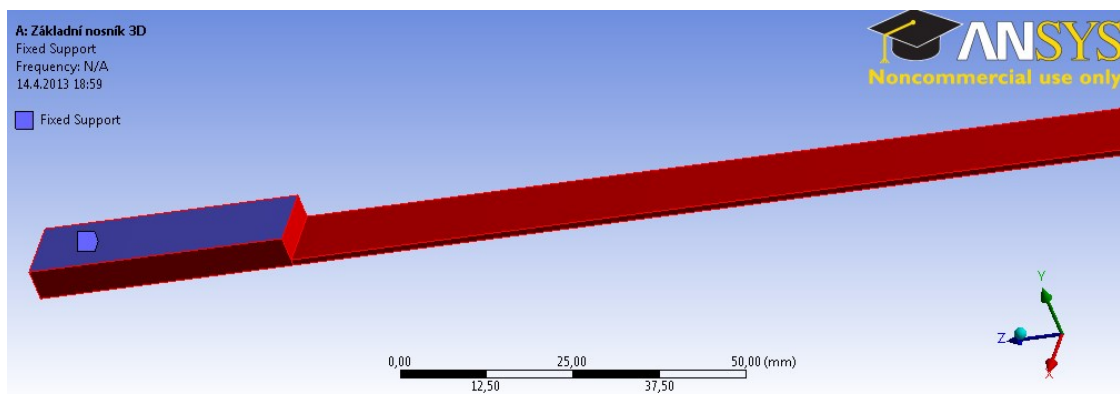
6.1 Simulace základního vzorku

Pro tvorbu sítě numerického modelu byly použity 3D elementy, nejdřív byla vytvořena geometrie základního nosníku, na kterou byla aplikována síť tvořená již zmíněnými 3D elementy. Počet 3D elementů byl 4 500, počet uzlů 28 811 a velikost jednoho elementu byla 1 mm, viz obr. 6.1.1.



Obr. 6.1.1 – Aplikace 3D elementů na geometrii základního vzorku

Okrajové podmínky byly v tomto případě velice jednoduché, simulují upnutí nosníku v přípravku tak, že bylo zabráněno pohybu horní a dolní plochy upínací částí, viz obr. 6.1.2, na kterém jde vidět „upnutí“ pouze horní plochy, dolní plocha je schovaná za geometrií vzorku.



Obr. 6.1.2 – Aplikace kinetických okrajových podmínek pro základní vzorek

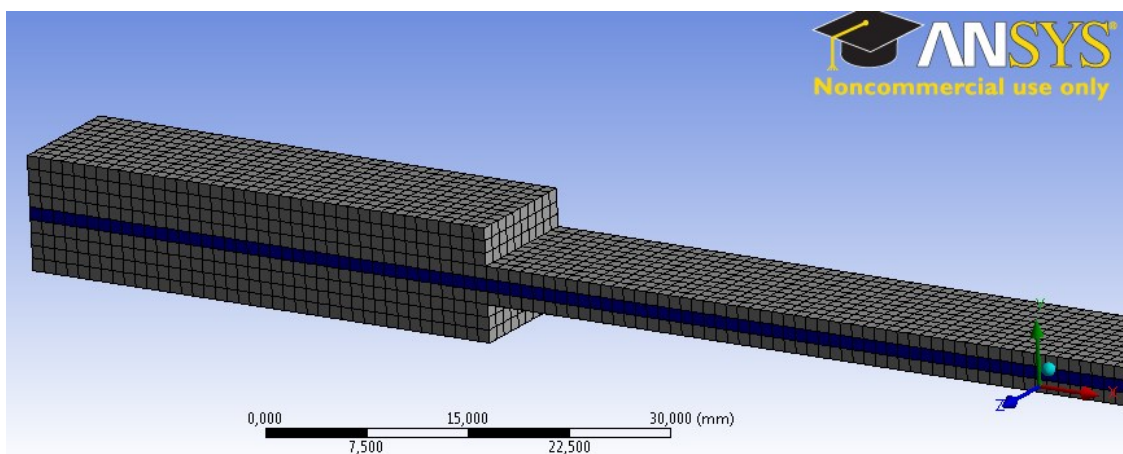
Tento model byl podroben modální analýze, přičemž analýza musela být několikrát opakována, než bylo docíleno toho, že vlastní frekvence modelu vytvořeného pomocí MKP jsou o něco větší než vlastní frekvence z experimentálního měření. Toho bylo dosaženo tak, že se při výpočtu měnil pouze Youngův modul pružnosti základního vzorku, ostatní materiálové parametry jako je hustota $\rho = 7850 \text{ kgm}^{-3}$ a Poissonovo číslo $\mu = 0,3$ zůstávají beze změny. Nejdříve byly dosazeny hodnoty modulu pružnosti z analytického výpočtu uvedené v tab. 5.1.1 a poté byla hodnota modulu pružnosti základního nosníku doladěna, čímž byla získána hodnota modulu pružnosti základních vzorků pro tvorbu „sendvičových“ vzorků. Při výpočtu byly vlastní frekvence modelu MKP laděny na vlastní frekvence základních nosníků použitých na výrobu „sendvičových“ vzorků, jelikož jich bylo více a dávaly tak věrohodnější výsledky. Výsledek simulace základního nosníku s vlastními frekvencemi z měření a z MKP modelu a také s použitou hodnotou modulu pružnosti základních vzorků jsou uvedeny v tab. 6.1.1. Tato získaná hodnota modulu pružnosti základních nosníků bude dále použita při výpočtu „sendvičového“ a vzorku s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou.

Popis tvaru módu	E [MPa]	215 590
	MM002	MKP
	f [Hz]	
2. ohybový	85,02	85,08
1. ohybový kolmý na budící sílu	-	134,89
3. ohybový	238,14	238,23
4. ohybový	466,83	466,89
1. torzní	-	634,21
5. ohybový	771,85	771,96
2. ohybový kolmý na budící sílu	-	839,17
6. ohybový	1153,40	1153,50
7. ohybový	1611,44	1611,60
2. torzní	-	1904,30
8. ohybový	2145,98	2146,40
3. ohybový kolmý na budící sílu	-	2322,80
9. ohybový	2757,77	2758,00

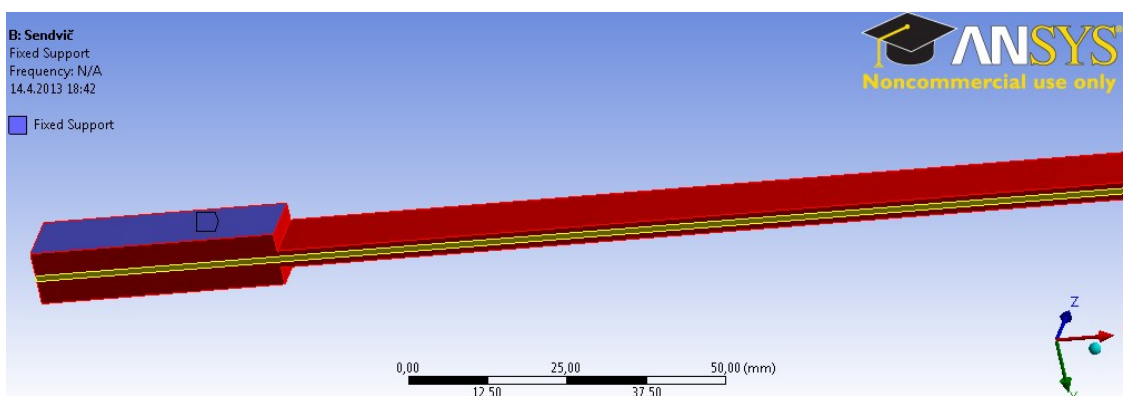
Tab. 6.1.1 – Vypočítané hodnoty vlastních frekvencí základního vzorku

6.2 Simulace „sendvičového“ vzorku

Stejně jako u základního vzorku byly k tvorbě sítě použity 3D prvky, velikost jednoho elementu byla 1mm, počet elementů byl 11 100 a počet uzlů 57 319. Na obr. 6.2.1 je vidět aplikace sítě tvořené 3D prvky na geometrii „sendvičového“ vzorku. Okrajové podmínky byly obdobné jako u základního vzorku, viz obr. 6.2.2.



Obr. 6.2.1 – Aplikace 3D elementů na geometrii „sendvičového“ vzorku



Obr. 6.2.2 – Aplikace kinetických okrajových podmínek pro „sendvičový“ vzorek

Simulace probíhala tak, že Youngův modul pružnosti v tahu základního vzorku o velikosti 215 590 MPa byl převzat z přechozí simulace. Dále byly dosazeny hodnoty hustoty pro materiál základního nosníku $\rho = 7850 \text{ kgm}^{-3}$, tlumicí vrstvy $\rho_1 = 1210 \text{ kgm}^{-3}$ a Poissonova čísla pro oba materiály $\mu = 0,3$. U pryže není Poissonovo číslo přesně známo. Pro jeho přesné určení by bylo nutné mít k dispozici modul pružnosti pryže v tahu z měření jednostranného nosníku. Tato hodnota spolu s modulem pružnosti pryže ve smyku by byla dosazena do vztahu 2.1.7, z kterého by se vypočítalo Poissonovo číslo pryže. Jenže modul pružnosti pryže v tahu z měření jednostranného vzorku nebylo možné určit, viz kapitola 5.3.

V tomto případě byly měněny hodnoty Youngova modulu pružnosti pryže ve smyku G. Postup byl takový, že nejdříve byly dosazeny hodnoty vypočítané analytickou metodou a poté byly doladěny vlastní frekvence z MKP modelu na vlastní frekvence z měření. Jelikož vlastní frekvence vypočítané metodou MKP byly při vyšších módech nižší než změřené frekvence, byl modul pružnosti pryže doladěn tak, aby byla druhá a třetí ohybová frekvence z MKP modelu větší než vlastní frekvence z měření bezdotykovou sondou.

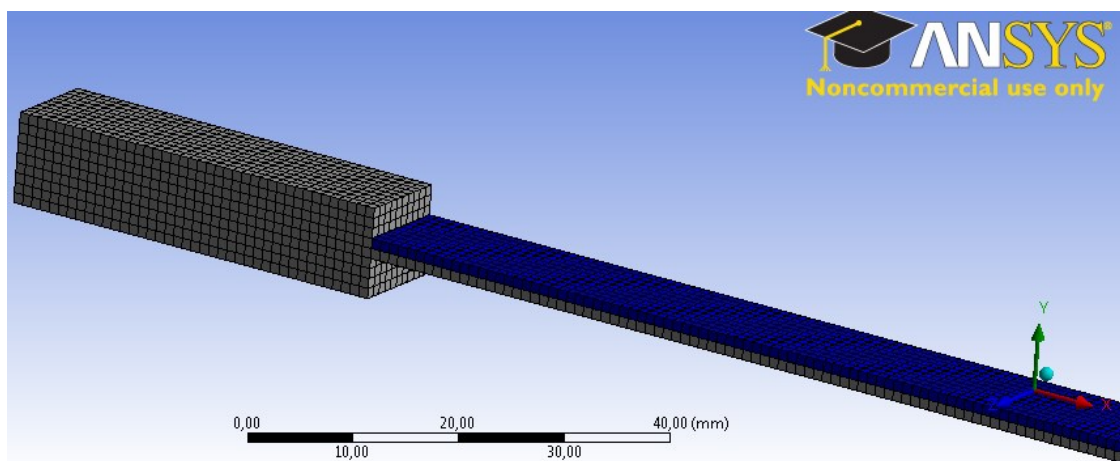
Tab. 6.2.1 uvádí hodnotu dosazeného Youngova modulu pružnosti pryže G a vypočítané hodnoty vlastních frekvencí metodou MKP ve srovnání s naměřenými hodnotami vlastních frekvencí pomocí bezdotykové sondy MM0002. Tato vypočítaná hodnota je pouze orientační jelikož se hodnota modulu pružnosti ve smyku G s hodnotou vlastní frekvence výrazně mění, viz výpočet toho vzorku dle normy ASTM E756-05:2010 uvedený v kapitole 5.2.

Popis tvaru módu	G [MPa]	13,33
	Bezdotyková sonda	Model MKP
	f [Hz]	
1. ohybový kolmý na budící sílu	-	127,56
2. ohybový	158,66	161,48
3. ohybový	357,03	357,05
1. torzní	-	595,8
4. ohybový	602,89	597,18
2. ohybový kolmý na budící sílu	-	793,85
5. ohybový	911,54	902,73
6. ohybový	1287,45	1274,40
7. ohybový	1734,66	1718,00
2. torzní	-	1802,20
3. ohybový kolmý na budící sílu	-	2198,30
8. ohybový	2253,64	2232,70
9. ohybový	2848,03	2821,10

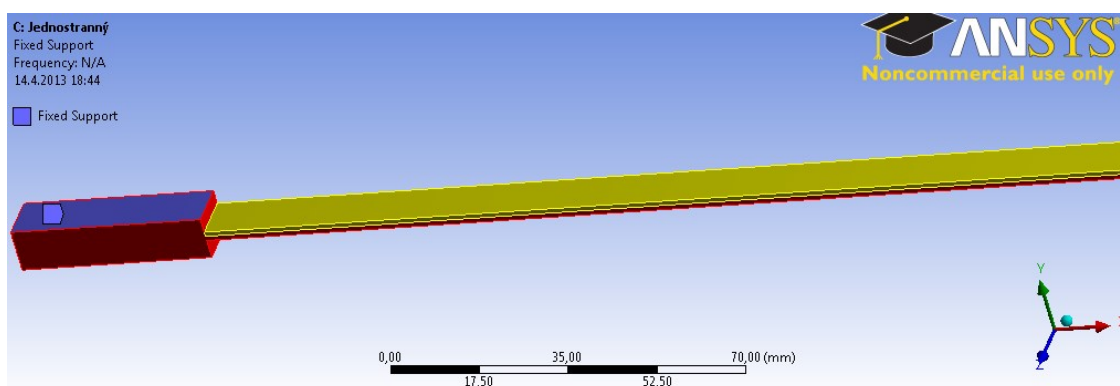
Tab. 6.2.1 – Vypočítané hodnoty vlastních frekvencí „sendvičového“ vzorku

6.3 Simulace vzorku s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou

Síť numerického modelu byla opět tvořena 3D elementy, kdy velikost jednoho elementu byla 1mm, počet elementů byl 8 600 a počet uzlů 46 569. Obr. 6.3.1 ukazuje použití této sítě. Okrajové podmínky byly zvoleny stejně jako v přechozích simulacích, viz obr. 6.3.2.



Obr. 6.3.1 – Aplikace 3D elementů na geometrii pro vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou



Obr. 6.3.2 – Aplikace kinetických okrajových podmínek pro vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou

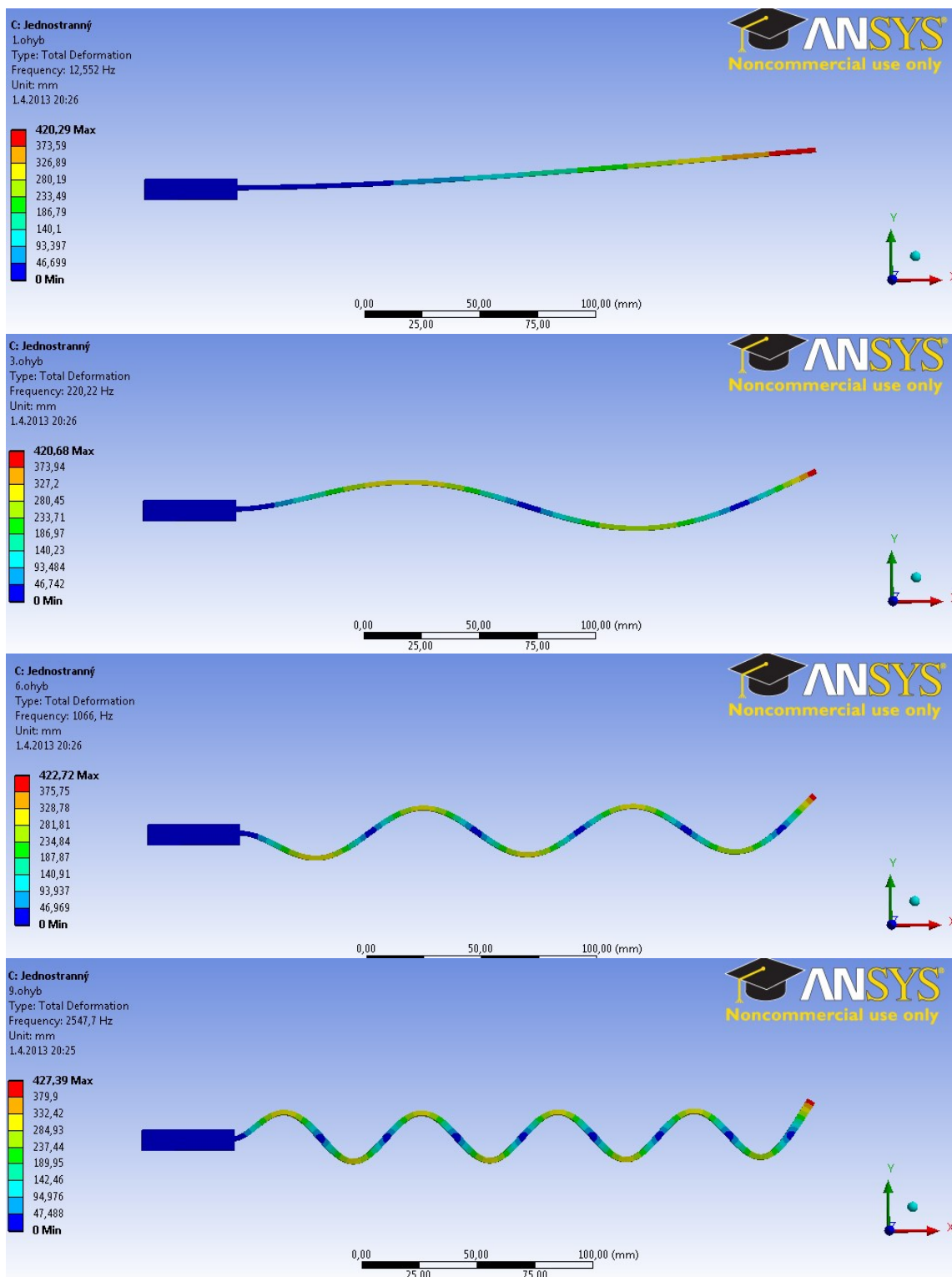
Simulace pro tento typ vzorku probíhala tak, že za hodnotu Youngova modulu pružnosti základního vzorku byla dosazena hodnota 215 590 MPa vypočítaná v MKP simulaci toho vzorku, hustoty pro materiál základního nosníku $\rho = 7850 \text{ kgm}^{-3}$, tlumící vrstvy $\rho_1 = 1210 \text{ kgm}^{-3}$ a Poissonova čísla pro oba materiály $\mu = 0,3$. Za hodnotu modulu pružnosti pryže ve smyku byla dosazena hodnota ze simulace MKP „sendvičového“ vzorku, jelikož pro tento typ vzorku nebylo možné využít analytický výpočet, viz kapitola 5.3, modul pružnosti pryže ve smyku G musí být stejný jak pro „sendvičový“ vzorek, tak pro vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou.

V tab. 6.3.1 jsou uvedeny hodnoty vlastních frekvencí z měření bezdotykovou sondou a z výpočtu MKP modelu.

Popis tvaru módu	G [MPa]	13,33
	MM0002	Model MKP
	f [Hz]	
2. ohybový	77,03	79,19
1. ohybový kolmý na budící sílu	-	124,51
3. ohybový	215,68	221,74
4. ohybový	422,89	434,54
1. torzní	-	586,47
5. ohybový	699,67	718,41
2. ohybový kolmý na budící sílu	-	774,52
6. ohybový	1045,31	1073,40
7. ohybový	1460,16	1499,40
2. torzní	-	1760,50
8. ohybový	1945,20	1996,70
3. ohybový kolmý na budící sílu	-	2142,30
9. ohybový	2498,35	2565,20

Tab. 6.3.1 – Vypočítané hodnoty vlastních frekvencí vzorku s jednostranným tlumením

Na obr. 6.3.3 jsou uvedeny některé ohybové módy, konkrétně shora dolů: 1.mód, 3.mód, 6.mód a 9.mód.



Obr. 6.3.3 – Ukázka některých ohybových módů nosníku s jednostranným tlumením

7 Přehled výsledků

Tabulka 7.1 uvádí přehled vypočítaných hodnot modulu pružnosti základních vzorků E pro tvorbu „sendvičových“ a „oberst“ vzorků; modulu pružnosti pryže ve smyku G a ztrátového faktoru pryže η z výpočtu „sendvičového“ typu vzorku pro prvních devět vlastních frekvencí (první vlastní frekvence není zahrnuta) a srovnání hodnot z měření bezdotykovým snímačem rychlosti MM002 a akcelerometrem BK 4374.

	Bezdotyková sonda MM002	Akcelerometr BK 4374
E [MPa] sendvič	216 279 - 217 496	215 870 - 202 763
E [MPa] oberst	209 511 - 210 751	210 706 - 197 372
G [MPa]	11,3 – 15,5	11,8 – 18,9
η [-]	0,09 – 0,20	0,09 – 0,15

Tab. 7.1 – Hodnoty modulu pružnosti základních vzorků E, modulu pružnosti pryže ve smyku G a ztrátového faktoru pryže

Tabulka 7.2 uvádí výsledky simulace metodou MKP s hodnotami modulu pružnosti pro jednotlivý typ vzorku a srovnání hodnot vlastních frekvencí z experimentálního měření bezdotykovou sondou MM002 a simulace metodou MKP.

Ohybový mód č.	základní vzorek		Sendvičový vzorek		Vzorek „Oberst“	
	E [MPa]		G [MPa]		G [MPa]	
	215 590		13,33		13,33	
	sonda	MKP	sonda	MKP	sonda	MKP
	f [Hz]					
2.	85,02	85,08	158,66	161,48	77,03	79,19
3.	238,14	238,23	357,03	357,05	215,68	221,74
4.	466,83	466,89	602,89	597,18	422,89	434,54
5.	771,85	771,96	911,54	902,73	699,67	718,41
6.	1153,40	1153,50	1287,45	1274,40	1045,31	1073,40
7.	1611,44	1611,60	1734,66	1718,00	1460,16	1499,40
8.	2145,98	2146,40	2253,64	2232,70	1945,20	1996,70
9.	2757,77	2758,00	2848,03	2821,10	2498,35	2565,20

Tab. 7.2 – Porovnání vlastních frekvencí z experimentálního měření bezdotykovou sondou MM002 a ze simulace metodou MKP

8 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo stanovit modul pružnosti pryže dle normy ASTM E756-05:2010 Standard test method for measuring vibration-damping properties of materials. Metodika normy popisuje určení hodnot modulů pružnosti v tahu a ve smyku na základě srovnání vlastních frekvencí a ztrátových faktorů základních netlumených vetknutých nosníků a nosníků s nanesenou tlumící vrstvou. Nejdříve bylo zapotřebí vytvořit základní nosníkové vzorky, kterých bylo celkem třicet, a upínací systém, do kterého byly vzorky upnuty. Následně byly změřeny vlastní frekvence těchto základních nosníků pomocí snímače zrychlení BK 4374 a bezdotykového snímače rychlosti MM0002. Vlastní frekvence jednotlivých nosníků byly zobrazeny ve sloupcových grafech a byly vybrány páry základních nosníků, jejichž vlastní frekvence jsou si podobné, pro výrobu sendvičového typu vzorku. Z vlastních frekvencí vybraných základních nosníků byly vypočítány průměrné hodnoty, které posloužily k dalšímu výpočtu.

V této bakalářské práci bylo prováděno měření pouze vzorků s již nanesenou tlumící vrstvou, tj. šesti „sendvičových“ vzorků a tří vzorků s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou, tzv. „oberst“ vzorků. Měření probíhalo v laboratoři v prostorách VŠB-TUO. K aplikaci vibrací bylo využito rázové kladívko a odezva byla měřena pomocí snímače zrychlení BK 4374 a bezdotykového snímače rychlosti MM0002. Tímto měřením byly zjištěny frekvenční odezvové funkce, neboli poměr vibrační odezvy a budící síly, a bylo zjištěno prvních devět vlastních frekvencí a poměrných útlumů. Při výpočtu modulu pružnosti a tlumících vlastností se nepoužívala první vlastní frekvence, jelikož je nejvíce ovlivněna upnutím vzorku. Následně byly z jednotlivých měření vypočítány průměrné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů. K výpočtu modulu pružnosti pryže byla využita metodika popsaná v normě ASTM E756-05:2010, viz kapitola 3. Nejdříve byl z průměrných hodnot vlastních frekvencí základního vzorku vypočítán Youngův modul pružnosti materiálu tohoto základního vzorku, který byl posléze dosazen do rovnic pro výpočet nosníků s nanesenou tlumící vrstvou, přičemž byl proveden zvlášť výpočet modulu pružnosti těch základních vzorků, z kterých byly posléze vyrobeny „sendvičové“ vzorky a zvlášť výpočet základních vzorků pro tvorbu jednostranně tlumených vzorků. Jak je vidět v tab. 7.1, hodnoty modulu pružnosti základních vzorků pro výrobu „sendvičových“ a „oberst“ vzorků vycházejí podstatně odlišně. Z toho lze usoudit, že modul pružnosti základního vzorku je citlivý na vlastní frekvence, avšak rozdíl vlastních frekvencí může být způsoben pouze výrobní

nepřesností nebo vlivem uchycení vzorku. „Sendvičových“ vzorků bylo více, lze tedy předpokládat, že jejich výpočtem je modul pružnosti základního materiálu přesnější a proto jsou hodnoty z těchto základních vzorků použity v dalších výpočtech vzorků s naneseným tlumícím materiálem.

V rovnicích pro výpočet Youngova modulu pružnosti tlumícího materiálu se objevuje ztrátový faktor specifický pro daný typ vzorku s nanesenou tlumící vrstvou. Jelikož z měření byly zjištěny poměrné útlumy ζ , musely být tyto poměrné útlumy přepočítány na ztrátové faktory η , tzn., že se jednotlivé poměrné útlumy vynásobily dvěma.

Pro „sendvičový“ vzorek vyšel Youngův modul pružnosti ve smyku G tlumícího materiálu pro bezdotykovou sondu v rozmezí 11,3 – 15,5 MPa a pro akcelerometr v rozmezí 11,8 – 18,9 MPa. Ztrátový činitel η vyšel pro bezdotykovou sondu v rozmezí 0,09 – 0,20 a pro akcelerometr v rozmezí 0,09 – 0,15.

Výpočet pro vzorek s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou dle normy ASTM E756-05:2010 byl sice proveden, ale hodnota modulu pružnosti pryže vyšla záporná. Pravděpodobně je to způsobené tím, že modul pružnosti pryže je menší než 100 MPa, tudíž se takový vzorek nedá použít pro výpočet modulu pružnosti tlumícího materiálu.

Rozdíly v modulech pružnosti získaných z měření pomocí bezdotykového snímače rychlosti a akcelerometru jsou dané především tím, že hmotnost přilepeného akcelerometru pomocí včelího vosku, i když je jen 0,65g, značně ovlivňuje vlastní frekvence. Proto také měly vypočítané hodnoty modulu pružnosti základního nosníku z měření pomocí akcelerometru s rostoucí frekvencí klesající charakter oproti výsledkům z bezdotykové sondy. Výsledky vypočítané z hodnot naměřených bezdotykovou sondou lze tedy pokládat za věrohodnější oproti výsledkům z měření pomocí akcelerometru.

Následně byla provedena simulace pomocí metody konečných prvků, ve které byly vytvořeny geometrie všech tří typů vzorků, základního, „sendvičového“ a vzorku s jednostranně nanesenou tlumící vrstvou. Postup simulace byl velice obdobný výpočtu analytickou metodou, tudíž byl nejdříve zjištěn modul pružnosti základního nosníku a posléze byl tento modul pružnosti dosazen do simulace nosníků s tlumící vrstvou. Na geometrický model základního nosníku byla aplikována síť konečných prvků tvořená 3D elementy, počet těchto elementů byl 4 500 a počet uzlů byl 28 811. Poté byla provedena modální analýza a bylo nalezeno prvních devět ohybových módů

vzorků. Dalším krokem bylo doladit vlastní frekvence v této modální analýze tak, aby byly o něco málo vyšší než změřené hodnoty. To probíhalo tak, že se postupně dosazovaly hodnoty modulu pružnosti základního nosníku vypočítané pomocí analytické metody, viz kapitola 5.1, než bylo dosaženo výše zmíněných hodnot vlastních frekvencí. Za modul pružnosti se dosazovaly hodnoty vypočítané ze vzorků na výrobu „sendvičových“ vzorků, jelikož těchto vzorků bylo více než vzorků s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou a také proto, že jeden ze vzorků u typu „oberst“ dával při měření odlišné hodnoty vlastních frekvencí a poměrných útlumů. Nejvíce se vlastní frekvence ze simulace MKP blížily vlastním frekvencím z měření bezdotykovou sondou MM0002 pro hodnotu modulu pružnosti základního vzorku o velikosti 215 590 MPa.

Geometrie „sendvičového“ vzorku byla tvořena 11 100 3D elementy a 57 319 uzly. U „sendvičového“ vzorku byla za Youngův modul pružnosti základního vzorku dosazena hodnota vypočítaná z MKP simulace základního vzorku. Za Youngův modul pružnosti pryže ve smyku G byly nejdříve dosazeny hodnoty vypočítané analytickou metodou a poté byly vlastní frekvence MKP modelu doladěny na vlastní frekvence z měření bezdotykovou sondou MM0002. Jelikož při výpočtu MKP vycházely vlastní frekvence u vyšších módů nižší než vlastní frekvence z měření, byly tyto vlastní frekvence naladěny tak, že druhá a třetí vlastní frekvence modelu MKP je větší než vlastní frekvence z měření. Pravděpodobně je to způsobené chybou při výrobě sendvičových vzorků, kdy se zapomnělo na to, že v upínací části musí být kovová vymežovací podložka a místo ní tam byl nalepen tlumicí materiál. Výpočtem bylo dosaženo hodnoty modulu pružnosti pryže ve smyku 13,33 MPa, přičemž tato hodnota je pouze orientační, jelikož je modul pružnosti ve smyku G závislý na velikosti vlastních frekvencí, viz obr. 5.2.1.

Geometrie vzorku s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou byla tvořena 8 600 3D elementy a 46 569 uzly. U tohoto vzorku nebyly k dispozici výsledky z analytické metody, tudíž byla za modul pružnosti pryže ve smyku dosazena hodnota vypočítaná ze simulace „sendvičového“ vzorku. Tlumicí materiál u obou vzorků je stejný, tudíž musí být stejné i hodnoty modulu pružnosti pryže. Z MKP výpočtu vyšly vlastní frekvence vzorku s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou vyšší než vlastní frekvence z měření bezdotykovou sondou MM0002, tudíž se hodnota modulu pružnosti pryže 13,33 MPa dá považovat za správnou.

Dle metodiky v normě ASTM E756-05:2010 by se neměl jednostranně tlumený vzorek pro výpočet modulu pružnosti tlumicí vrstvy používat, jelikož tato norma zakazuje použití toho vzorku pro výpočet tlumících materiálů s modulem pružnosti ve smyku menším než 100 MPa, viz opatření v kapitole 3.3. Lze tedy předpokládat, že měření a výpočet modulu pružnosti pryže ze „sendvičového“ vzorku jsou věrohodnější než ze vzorku s jednostranně nanesenou tlumicí vrstvou.

9 Literatura

- [1] E756-05:2010. *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. Pennsylvania: ASTM International, 2010.
- [2] ČSN EN ISO 6721-3 *Plasty - Stanovení dynamických mechanických vlastností - Část 3: Ohybové kmity - Metoda rezonanční křivky*. Praha: ÚNMZ, 1997.
- [3] BILOŠOVÁ, A. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Modální zkoušky* [online]. Ostrava: VŠB-TUO, 2012. Dostupný z [www](http://www.337.vsb.cz/materialy/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf): <http://www.337.vsb.cz/materialy/BilosovaAlena_EMAskripta.pdf>.
- [4] PETRUŽELKA, J. *Ročníkový projekt. Jak psát bakalářskou práci* [online]. Ostrava: VŠB-TUO, FS. Dostupný z [www](http://www.345.vsb.cz/KE%20vyuka/Jak%20ps%C3%A1t%20cerven%202009.pdf): <<http://www.345.vsb.cz/KE%20vyuka/Jak%20ps%C3%A1t%20cerven%202009.pdf>>.
- [5] HALAMA, R.; ADÁMKOVÁ, L.; FOJTÍK, F.; FRYDRÝŠEK, K.; ŠOFER, M.; ROJČEK, J; FUSEK, M. *Pevnost a pružnost* [online]. Ostrava: VŠB-TUO, FS. Dostupný z [www](http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_a_pevnost.pdf): <http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_a_pevnost.pdf>.

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.1 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	158,45	2,40	159,98	2,35
3	353,22	2,61	356,49	2,56
4	599,53	2,35	600,65	2,31
5	917,81	4,11	907,57	2,14
6	1286,14	1,91	1275,18	2,01
7	1732,67	1,60	1712,01	1,64
8	2256,10	1,41	2217,95	1,44
9	2858,94	1,15	2801,09	1,36

„Sendvičový“ vzorek č.1 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	158,44	2,73	160,01	2,56
3	354,36	3,01	356,91	2,70
4	598,45	2,63	600,88	2,41
5	906,10	2,73	899,29	1,06
6	1282,86	1,92	1276,55	2,06
7	1731,33	1,75	1712,98	1,58
8	2252,16	1,44	2220,43	1,41
9	2848,32	1,28	2801,41	1,32

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.2 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	155,76	2,39	160,11	2,50
3	355,82	2,47	361,47	2,48
4	601,98	2,35	606,57	2,20
5	906,99	3,46	910,81	1,96
6	1287,04	1,78	1281,25	1,89
7	1732,62	1,46	1717,48	1,53
8	2254,91	1,26	2228,93	1,30
9	2865,44	1,05	2812,48	1,27

„Sendvičový“ vzorek č.2 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	156,59	2,67	159,45	2,69
3	357,44	2,67	361,16	2,69
4	606,14	2,23	605,98	2,48
5	911,58	2,06	908,86	2,00
6	1287,89	1,75	1280,78	1,99
7	1735,28	1,54	1717,39	1,53
8	2254,46	1,35	2226,03	1,36
9	2849,24	1,19	2809,38	1,21

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.3 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	160,88	2,50	161,45	2,42
3	358,54	2,55	359,14	2,48
4	604,17	2,22	602,88	2,21
5	929,07	5,13	910,43	1,98
6	1293,13	1,86	1278,90	1,79
7	1740,62	1,50	1716,39	1,54
8	2263,55	1,30	2224,31	1,35
9	2862,90	1,12	2807,57	1,21

„Sendvičový“ vzorek č.3 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	160,30	2,67	161,60	2,45
3	357,71	3,00	359,51	2,59
4	604,76	2,90	603,91	2,33
5	909,26	1,94	909,18	1,92
6	1289,60	1,91	1280,33	1,73
7	1738,68	1,67	1717,61	1,50
8	2257,58	1,42	2224,80	1,35
9	2853,72	1,30	2808,20	1,21

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.4 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	159,80	2,49	160,90	2,33
3	359,37	2,55	359,10	2,60
4	607,57	2,12	605,64	2,26
5	923,06	2,43	912,28	2,30
6	1293,30	1,79	1279,32	1,85
7	1738,06	1,52	1713,58	1,55
8	2259,39	1,40	2222,71	1,26
9	2860,77	1,36	2806,08	1,35

„Sendvičový“ vzorek č.4 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	159,01	2,79	161,05	2,88
3	359,00	2,90	361,03	2,46
4	604,89	2,85	607,41	2,44
5	919,61	1,87	915,46	2,35
6	1291,81	1,94	1280,72	2,03
7	1736,55	1,64	1715,92	1,78
8	2254,37	1,39	2222,89	1,49
9	2848,04	1,29	2804,47	1,34

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.5 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	160,44	2,58	160,97	2,20
3	358,80	2,42	357,82	2,53
4	606,14	2,23	602,14	2,32
5	886,13	3,02	907,58	1,93
6	1293,36	1,90	1275,86	1,83
7	1736,88	1,48	1710,06	1,55
8	2260,90	1,13	2218,53	1,36
9	2851,45	1,07	2799,98	1,19

„Sendvičový“ vzorek č.5 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	160,02	2,68	160,87	2,33
3	358,75	2,77	358,48	2,55
4	603,26	3,44	604,65	2,33
5	916,05	2,27	907,51	2,26
6	1290,96	1,78	1276,24	1,84
7	1738,92	1,69	1710,81	1,55
8	2258,95	1,18	2218,92	1,38
9	2850,99	1,22	2801,63	1,23

Příloha 1 – Naměřená data

„Sendvičový“ vzorek č.6 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	158,06	2,82	160,55	2,45
3	354,79	2,70	357,22	2,58
4	597,95	2,45	598,92	2,32
5	870,00	4,65	901,21	2,22
6	1282,26	1,87	1271,67	1,84
7	1727,03	1,52	1706,07	1,54
8	2246,86	1,38	2214,09	1,36
9	2844,84	0,83	2793,21	1,27

„Sendvičový“ vzorek č.6 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	157,62	2,92	160,29	2,53
3	354,94	2,83	357,84	2,57
4	599,86	2,56	598,75	2,34
5	906,66	2,27	902,44	1,95
6	1281,56	1,83	1271,95	1,78
7	1727,22	1,61	1706,43	1,55
8	2244,34	1,38	2212,67	1,37
9	2837,86	1,27	2793,32	1,23

Příloha 1 – Naměřená data

Vzorek „oberst“ č.1 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	76,71	0,28	78,04	0,30
3	214,73	0,13	217,70	0,15
4	420,95	0,08	423,91	0,15
5	696,36	0,08	695,37	0,15
6	1040,82	0,11	1032,52	0,32
7	1453,80	0,07	1435,10	0,20
8	1936,89	0,09	1914,23	0,15
9	2487,58	0,09	2462,03	0,16

Vzorek „oberst“ č.1 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	76,70	0,29	78,01	0,32
3	214,75	0,14	217,63	0,16
4	420,92	0,10	423,97	0,16
5	696,40	0,09	695,45	0,16
6	1040,95	0,07	1031,89	0,38
7	1453,69	0,07	1434,60	0,17
8	1936,23	0,07	1913,82	0,16
9	2488,51	0,09	2460,52	0,16

Příloha 1 – Naměřená data

Vzorek „oberst“ č.2 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	77,85	0,28	77,96	0,30
3	218,00	0,14	217,77	0,16
4	427,35	0,10	424,24	0,27
5	707,51	0,0003	697,93	0,52
6	1056,77	0,08	1034,40	0,15
7	1476,59	0,08	1435,33	0,17
8	1967,31	0,08	1914,31	0,11
9	2496,01	-0,37	2456,03	0,15

Vzorek „oberst“ č.2 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	77,82	0,32	77,92	0,33
3	217,92	0,16	217,70	0,17
4	427,28	0,11	424,23	0,24
5	707,25	0,10	697,81	0,44
6	1056,30	0,08	1034,25	0,16
7	1476,06	0,08	1435,33	0,18
8	1966,71	0,07	1914,26	0,12
9	2522,23	-0,004	2456,44	0,16

Příloha 1 – Naměřená data

Vzorek „oberst“ č.3 – u vetknutí				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	76,55	0,31	76,47	0,35
3	214,38	0,16	213,62	0,18
4	420,37	0,15	416,90	0,14
5	695,28	0,09	683,59	0,18
6	1038,59	0,16	1015,36	0,61
7	1451,13	0,12	1408,82	0,35
8	1933,45	0,12	1871,83	0,26
9	2484,41	0,09	2404,29	0,25

Vzorek „oberst“ č.3 – na volném konci				
Ohybový mód	Bezdotyková sonda MM002		Akcelerometr BK 4374	
	f_s [Hz]	ζ [%]	f_s [Hz]	ζ [%]
2	76,58	0,36	76,36	0,41
3	214,36	0,16	213,40	0,23
4	420,48	0,11	416,52	0,18
5	695,35	0,09	683,00	0,17
6	1038,68	0,09	1015,60	0,71
7	1450,73	0,07	1408,35	0,29
8	1932,80	0,10	1870,79	0,22
9	2484,31	0,10	2403,56	0,26